

ÍNDICE

1. Vectores, y Tratamiento estadístico y gráfico de datos experimentales...	6
2. Cinemática de la partícula.....	12
3. Dinámica de la partícula.....	29
4. Dinámica de sistemas	45
5. Campo gravitatorio	65
6. Principios de conservación.....	69
7. Termodinámica.....	79
8. Fluidos.....	107
9. Campo eléctrico	116
10. Circuitos eléctricos	129
11. Campo magnético	142
12. Inducción electromagnética.....	151
13. Ondas.....	155
14. Óptica.....	162
15. Fundamentos de Física Cuántica.....	184
16. Física Nuclear	196
17. Problemas de convocatorias recientes.....	201
Castilla-La Mancha 1994	201
Madrid 1994	203
Galicia 1994	212
Andalucía 1996	217
Madrid 1996	224
Badajoz 1998.....	230
Jaén 2000.....	234
Ciudad Real 2000	237
Guadalajara 2002.....	239
Madrid 2004.....	243
Castilla-La Mancha 2004	250
Extremadura 2004	251
Madrid 2006.....	254
Extremadura 2006	263
Madrid 2008.....	270
Madrid 2010.....	276

MADRID 2010

1. La densidad de un planeta de radio R responde a la expresión $\rho = Cr$, donde $0 \leq r \leq R$, y C es una constante. Determinar en función de C y R :

a) La masa del planeta.

b) La expresión de la intensidad del campo gravitatorio generado por el planeta en:

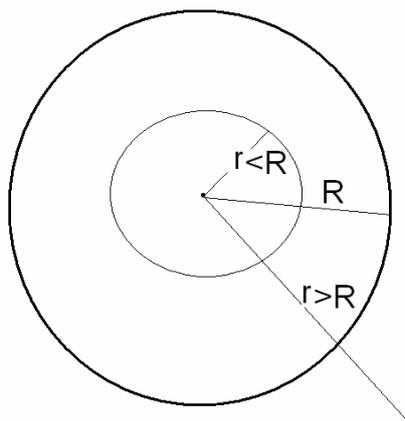
b.1. Un punto exterior, $r > R$.

b.2. Un punto interior, $r < R$.

c) Considere ahora un satélite de masa m que describe una órbita circular ecuatorial a una altura $3R$ sobre el planeta. Determine, en función de C y R :

c.1. El momento angular del satélite respecto al centro del planeta.

c.2. La variación de energía que experimenta el satélite cuando pasa a una órbita de altura R .



SOLUCIÓN:

a) Para calcular la masa del planeta basta con aplicar la definición de densidad:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dm = \rho dV = Cr4\pi r^2 dr \Rightarrow$$

$$M = \int_0^R 4\pi Cr^3 dr = 4\pi C \int_0^R r^3 dr = 4\pi C \frac{R^4}{4} = \pi CR^4$$

Para calcular la intensidad del campo gravitatorio en un punto situado a una distancia r del centro del planeta hay que aplicar el teorema de Gauss, donde la “superficie gaussiana” sería una superficie esférica centrada en el centro del planeta y de radio r .

Recordemos que la expresión del teorema de Gauss para el caso del campo gravitatorio es: $\oiint \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi Gm$, donde m es la masa contenida en la superficie gaussiana

S. Apliquemos este Teorema a cada caso planteado, prescindiendo del signo $-$ que indica que el vector campo va dirigido hacia el centro del planeta, y fijémonos que en los dos casos existe una simetría esférica y que el campo tienen una dirección radial, perpendicular a la superficie gaussiana.

b.1) Considerando un punto exterior al planeta, $r > R$, al aplicar el teorema de Gauss, la superficie gaussiana de superficie $4\pi r^2$ contiene a todo el planeta de masa $M = \pi CR^4$, y por tanto:

$$g 4\pi r^2 = 4\pi GM = 4\pi G \pi CR^4 \Rightarrow g = \pi GCR^4/r^2, \dots, r > R$$

b.2) Considerando un punto interior del planeta, $r < R$, la superficie gaussiana de radio r contendrá una masa menor que M , y se calculará de acuerdo a la expresión de la densidad:

$$g 4\pi r^2 = 4\pi G \int_0^r Cr 4\pi r^2 dr = 4\pi GC 4\pi \frac{r^4}{4} \Rightarrow g = GC\pi r^2, \dots, r < R$$

c) Si el satélite tiene una órbita a una altura $3R$, el radio de ésta es $4R$, y dado que obviamente está "fuera" de la Tierra dinámicamente todo sucede como si la masa del planeta estuviese concentrada en su centro, y considerando que $m \ll M$, por tanto:

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r} = \frac{G\pi CR^4}{4R} = \frac{G\pi CR^3}{4}$$

c.1) El momento angular del satélite respecto del centro del planeta será:

$$L = mvr = m \sqrt{\frac{G\pi CR^3}{4}} 4R = m \sqrt{4G\pi CR^5}$$

c.2) La energía total de un satélite viene dada por la suma de la energía cinética más la potencial gravitatoria, y resulta sustituyendo la expresión de v^2 resultante de la ecuación fundamental de la dinámica:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r}$$

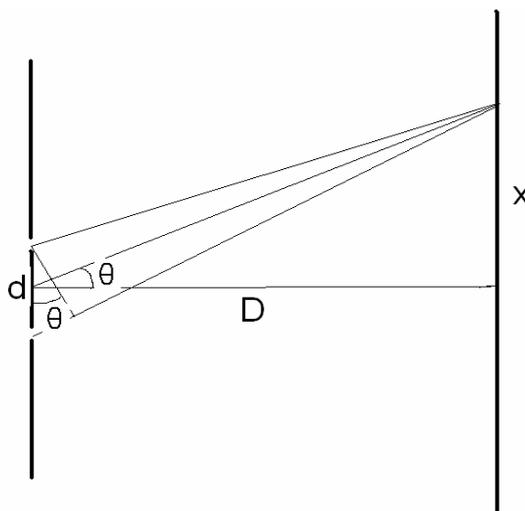
y por tanto la variación de energía (disminución) que experimenta el satélite al bajar desde una órbita de altura $3R$ a otra de altura R será:

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{4R} - \left(-\frac{1}{2} \frac{GMm}{2R} \right) = \frac{1}{8} \frac{GMm}{R} = \frac{1}{8} \frac{G\pi CR^4}{R} m = \frac{1}{8} G\pi CR^3 m$$

2. Para medir la longitud de onda de un rayo láser se dispone de una red de difracción por transmisión de 600 líneas/mm. Al situar la red a una distancia de 45,0 cm de la pantalla, se observa que la distancia entre el máximo central y el primer máximo es de 18,4 cm.

- a) Determine la longitud de onda del rayo láser.
- b) Obtenga las posiciones sobre la pantalla de los 2º y 3º máximo principal.
- c) Al iluminar una lámina de cesio con este láser se extraen electrones.
 - c.1. Determine la energía máxima de esos electrones.
 - c.2. Obtenga el momento lineal del electrón emitido y la longitud de onda asociada discutiendo si el cálculo es o no relativista.

Datos: Trabajo de extracción del cesio. 1,90 eV; $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C; $c = 3,00 \times 10^8$ m/s.



SOLUCIÓN:

a) La diferencia de caminos entre dos rayos que salgan de rendijas consecutivas de la red al llegar al mismo punto de la pantalla es $\Delta x = d \sin \theta$, donde d es la distancia entre las dos rendijas (ver dibujo). La condición de máximo en la interferencia es:

$$d \sin \theta = n\lambda;$$

si D es la distancia de la red a la pantalla y x la distancia entre el máximo central ($n = 0$) y el primer máximo ($n = 1$), la ecuación anterior se concreta en:

$$d \frac{x}{\sqrt{x^2 + D^2}} = \lambda,$$

y sustituyendo los valores dados en el enunciado ($d = 1/N = 1/600$ mm; $x = 18,4$ cm y $D = 45,0$ cm) resulta $\lambda = 630,8$ nm.

b) las posiciones de los 2º y 3º máximos principales corresponderán a resolver la ecuación

$$d \frac{x}{\sqrt{x^2 + D^2}} = n\lambda$$

con $n = 2$ y $n = 3$. Resultan los valores:

- Si $n = 2 \Rightarrow x_2 = 52,1$ cm.
- Si $n = 3 \Rightarrow x_3 =$ no hay tercer máximo.

c) Para analizar el efecto fotoeléctrico es necesario conocer la energía de los fotones que inciden en el cesio:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{630,8 \times 10^{-9}} = 3,151 \times 10^{-19} \text{ J} = \frac{3,151 \times 10^{-19} \text{ J}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 1,97 \text{ eV}$$

c.1) Considerando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{c máx}}$$

resulta que la Energía cinética máxima de los electrones emitidos será $1,97 - 1,90 = 0,07$ eV $= 0,07 \times 1,60 \times 10^{-19} \text{ J} = 1,12 \times 10^{-20} \text{ J}$.

c.2) Dado que $E_c = \frac{p^2}{2m}$, resulta que el momento lineal $p = 1,43 \times 10^{-25} \text{ kg m/s}$.

Como la expresión de la longitud de onda asociada es $\lambda = \frac{h}{p}$, resulta que $\lambda = 4,638 \times 10^{-9} \text{ m} = 4,64 \text{ nm}$.

Dado el valor del momento lineal, resulta que $v = p/m = 1,57 \times 10^5 \text{ m/s}$, y el cociente $v^2/c^2 = 2,7 \times 10^{-7} \ll 1$, con lo que el cálculo no relativista está plenamente justificado.

ÍNDICE

Estructura atómica. Enlace y estados de agregación.....	3
Estequiometría. Mezclas. Disoluciones.....	14
Cinética.....	29
Termodinámica.....	41
Equilibrio químico.....	52
Ácido-Base.....	67
Solubilidad.....	79
Redox.....	91
Química orgánica.....	110
Ejercicios resueltos de convocatorias anteriores.....	149
Castilla-La Mancha 1994.....	149
Madrid 1994.....	152
Madrid 1996.....	166
Badajoz 1998.....	171
Extremadura 2004.....	178
Castilla-La Mancha 2004.....	181
Madrid 2004.....	186
Madrid 2006.....	189
Extremadura 2006.....	194
Madrid 2008.....	200
Madrid 2010.....	205

MADRID 2010

1. Un agua residual tiene una concentración de iones Pb^{2+} de 10^{-2} mol/l, dado el carácter tóxico de esta especie química, se añade yoduro sódico en concentración $2 \cdot 10^{-2}$ mol/l para conseguir su precipitación. También se encuentra presente Fe^{3+} en concentración de 10^{-2} mol/l.

- Calcular la concentración de Fe^{3+} que puede haber presente en la disolución para que éste no reaccione con el I^- .
- Se añade a la disolución un ligando (L^-) en concentración 0,5 mol/l que forma un complejo con Fe^{3+} de estequiometría. FeL^{2+} . Calcular el pH mínimo necesario para que no se produzca la reacción de Fe^{3+} con I^- .
- Determinar la concentración de Pb^{2+} libre en la disolución si reacciona con I^- .

Datos: Para los cálculos utilizar: $[\text{Fe}^{2+}] = 10^{-2}$ mol/l y $[\text{I}_2] = 2 \cdot 10^{-2}$ mol/l.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}}^0 &= 0,77 \text{ V} & \varepsilon_{\text{I}_2/\text{I}^-}^0 &= 0,53 \text{ V} & K_{\text{aHL}} &= 10^{-7} \\ & & & & K_{\text{disoc}_{\text{FeL}^{2+}}} &= 10^{-8} \\ & & & & K_{\text{sp}_{\text{PbI}_2}} &= 8,0 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$

SOLUCIÓN:

$$[\text{Pb}^{2+}] = 10^{-2} \text{ M}$$

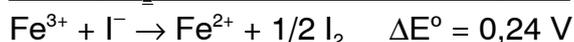
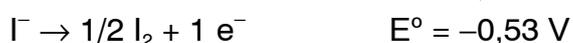
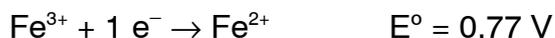
$$\text{Añadimos } [\text{NaI}] = 2 \cdot 10^{-2} \text{ M}$$



$$[\text{I}^-] = 2 \cdot 10^{-2} \text{ M}$$

$$[\text{Fe}^{3+}] = 10^{-2} \text{ M}$$

a) El Fe^{3+} oxida los aniones I^- :



$$\Delta E^0 > 0 \Rightarrow \Delta G^0 < 0$$

Reacción espontánea en condiciones estándar

Luego para que la reacción no se produzca, estaremos en condiciones **no** estándar: Ecuación de Nernst. El límite a partir del cual no ocurre la reacción es $\Delta E = 0$.

$$\Delta E = \Delta E^0 - \frac{RT}{nF} \log \frac{[\text{Fe}^{2+}][\text{I}_2]^{1/2}}{[\text{Fe}^{3+}][\text{I}^-]}; \quad 0 = 0,24 - 0,059 \log \frac{10^{-2}(2 \cdot 10^{-2})^{1/2}}{x \cdot 2 \cdot 10^{-2}}$$

Resolviendo (según los datos suministrados para Fe^{2+} e I_2):

$$x = [\text{Fe}^{3+}] = 6,04 \cdot 10^{-6} \text{ M}$$

Para mayores concentraciones, el logaritmo disminuye y $\Delta E > 0$.



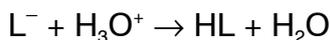
Para que no haya reacción del Fe^{3+} , éste no puede pasar de $4,26 \cdot 10^{-6}$ M. L^- acompaña al hierro hasta quedar una concentración de $4,26 \cdot 10^{-6}$ M.

Luego: $L^- + Fe^{3+} \rightarrow FeL^{2+}$

$$\begin{array}{ll} \text{i) } 0,5 & 10^{-2} \\ \text{f) } 0,5 - x & 10^{-2} - x = 6,04 \cdot 10^{-6} \end{array}$$

$$x = 9,999395 \cdot 10^{-3} \text{ M}$$

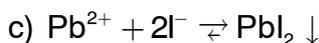
Cantidad que debe haber, al menos, de L^- para que desaparezca el Fe^{3+} .



$$\begin{array}{ll} \text{i) } 0,5 & - \\ \text{f) } x & (0,5 - x) \end{array}$$

$$[H_3O^+] = 0,5 - x \Rightarrow \text{pH} = 0,309$$

Sólo a $\text{pH} < 0,309$ la cantidad de L^- sería insuficiente para eliminar el Fe^{3+} .



$$[Pb^{2+}] \cdot [I^-]^2 = 10^{-2} \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 = 4 \cdot 10^{-6} \gg 8 \cdot 10^{-9} (K_s)$$

Luego ocurre una precipitación hasta que el producto de las concentraciones iguala el K_s .

$$(10^{-2} - x)(2 \cdot 10^{-2} - 2x)^2 = 8 \cdot 10^{-9}$$

Si hacemos un cambio de variables: $t = 10^{-2} - x$

$$t(2t)^2 = 8 \cdot 10^{-9} \Rightarrow t = 1,26 \cdot 10^{-3}$$

$$x = 10^{-2} - 1,26 \cdot 10^{-3} = 8,74 \cdot 10^{-3} \text{ M ("concentración" precipitada de } Pb^{2+})$$

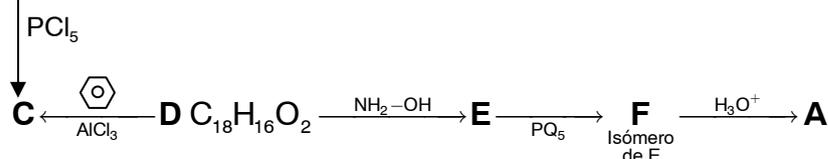
$[Pb^{2+}]_i = 1,26 \cdot 10^{-3}$ que coincide con la solubilidad.

2. Un compuesto **A** de fórmula molecular $C_6H_8O_4$ soluble en solución de bicarbonato sódico, forma fácilmente un derivado bromado **B** de fórmula molecular $C_6H_8Br_2O_4$. El compuesto **A** reacciona con pentacloruro de fósforo obteniéndose un nuevo compuesto **C**. Este compuesto reacciona con benceno en presencia de tricloruro de aluminio transformándose en **D** de fórmula molecular $C_{18}H_{16}O_2$. El compuesto **D** reacciona con hidroxilamina transformándose en **E**. Este compuesto en presencia de pentacloruro de fósforo se transforma en un isómero suyo **F**, cuya hidrólisis conduce al compuesto **A**. La oxidación del compuesto **A** conduce a un único compuesto **G** que fácilmente sufre descarboxilación transformándose en un ácido cuyo equivalente de neutralización es 60. Establecer las estructuras de todos los compuestos y las reacciones que han servido para conseguirlos.

SOLUCIÓN:

A $C_6H_8O_4$ soluble en $NaHCO_3 \Rightarrow$ Ácido carboxílico.

\downarrow
B $C_6H_8Br_2O_4 \Rightarrow$ **A** tiene doble enlace: no es una sustitución sino adición.

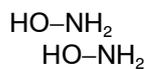
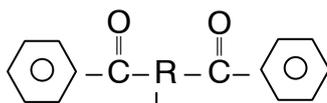


A $\xrightarrow[Único]{OX}$ **G** \xrightarrow{CO} Ácido: Equivalente de Neutralización = Meq
 Meq = 60

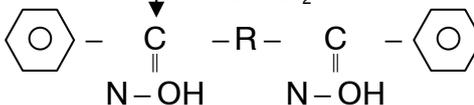
• **A** $\xrightarrow{PCl_5}$ **C** Si **A** es ácido **C** es un cloruro de ácido.

• **C** $\xrightarrow[AlCl_3]{\text{C}_6\text{H}_6}$ **D** Reacción de adición de Friedl-Crafts. Pero se adicionan 2 bencenos
 \Rightarrow **A** debe ser un ácido dicarboxílico.

- **D** Una dicetona del tipo:



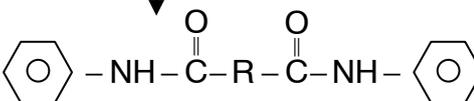
- E** Oxima



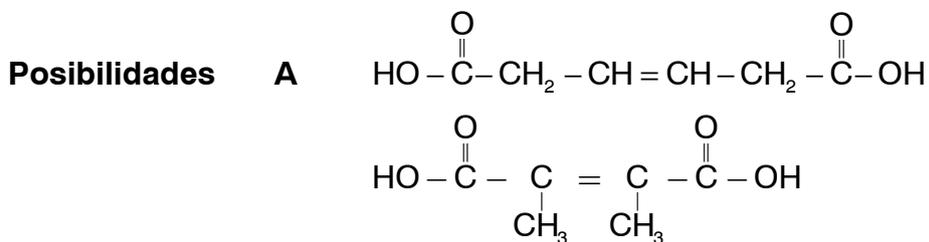
- Transposición
de **Beckman**



- F** Amida



A tiene un doble enlace que se oxidará y producirá extremos carbonílicos idénticos \Rightarrow **G** es único \Rightarrow **A** es simétrica.



La ruptura oxidativa de la primera conduce a un aldehído que puede sufrir descarboxilación. En el segundo caso se obtiene una cetona que no puede sufrir descarboxilación.

