Un horno industrial funciona con gas metano, el cual se quema en el aire a la P atmosférica. Se desea alcanzar la T máxima de llama a 2000 K. Supuesto el sistema adiabático, calcular en estas condiciones la relación entre los volúmenes de metano y aire a enviar al horno para alcanzar dicha T, sabiendo que se debe enviar la máxima cantidad de aire posible para que la combustión sea completa.

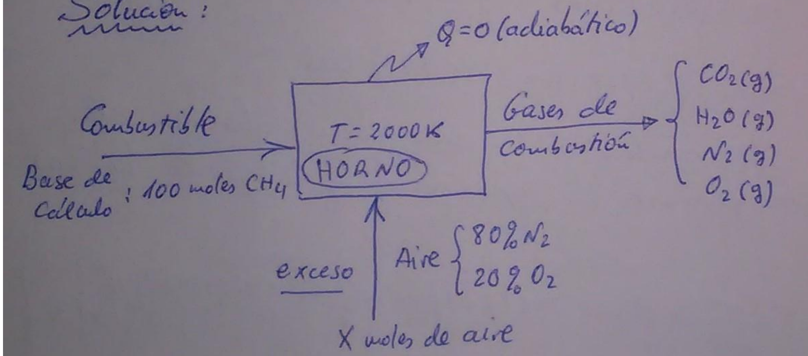
Datos: $C_p(N_2) = 6{,}5 + 10^{-3}\cdot T$ cal/mol·K $\quad$ $C_p(CO_2) = 8{,}16 + 5\cdot 10^{-3}\cdot T$ cal/mol·K

$C_p(O_2) = 8{,}27 + 0{,}26\cdot 10^{-3}\cdot T$ cal/mol·K $\quad$ $C_p(H_2O_{(g)}) = 7{,}08 + 2{,}72\cdot 10^{-3}\cdot T$ cal/mol·K

$\Delta H^{o}_{comb}(CH_4) = -212$ kcal/mol $\quad$ Aire: 20% O_2 y 80% N_2

Calor de vaporización del agua = 10,5 kcal/mol

Solución:



Teniendo en cuenta la combustión a la temperatura de referencia $T_{ref} = 25°C = 273 + 25 = 298\,K$ y con el agua líquida:

$$CH_{4(g)} + 2\,O_{2(g)} \longrightarrow CO_{2(g)} + 2\,H_2O(l) \quad \Delta H^{o}_{comb} = -212 \text{ kcal/mol}$$

podemos realizar los balances de materia por componente para calcular sus moles en el gas de combustión:

$n_{O_2} = (0{,}2\cdot X - 200)$ moles
$n_{N_2} = 0{,}8\cdot X$ moles
$n_{CO_2} = 100$ moles
$n_{H_2O} = 200$ moles

GAS DE COMBUSTIÓN

El calor de combustión desprendido a presión atmosférica y $T_{ref} = 298\,K$ al quemar los 100 moles de metano será: $Q_{comb\,25°C} = 100 \text{ moles} \cdot 212 \frac{kcal}{mol} = 21\,200$ kcal

Este calor desprendido es el necesario y ha de ser suficiente para que los gases de combustión se calienten y alcancen la $T_{llama} = 2000\,K$.

Entonces, como $c_p = \frac{1}{n}\left(\frac{\delta Q}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$ y $c_p = a + bT$, podemos escribir; $dQ_{\substack{p=cte \\ atm}} = dH = n\, c_p\, dT = n\,(a+bT)\,dT$ ∴

$$\therefore Q_{\substack{p=cte \\ atm}} = \Delta H^\circ = n\,a \int_{T_{ref}}^{T} dT + n\,b \int_{T_{ref}}^{T} T\,dT = n\,a\,(T - T_{ref}) + \frac{n\,b}{2}\,(T^2 - T_{ref}^2) \therefore$$

$\therefore$ calor sensible $= Q_{\substack{p=cte \\ atm}} = n\,(T - T_{ref})\left[a + \frac{b}{2}(T + T_{ref})\right]$. Aplicamos esta fórmula a cada componente del gas de combustión:

$$\Delta H^\circ_{CO_2} = 100 \text{ moles} \cdot (2000-298)\,\cancel{K}\left[8{,}16 + \frac{5\cdot 10^{-3}}{2}(2000+298)\right]\frac{\cancel{cal}}{mol\,\cancel{K}} \cdot 10^{-3}\frac{kcal}{\cancel{cal}} \therefore$$

$$\therefore \underline{\Delta H^\circ_{CO_2} = 2366{,}631 \text{ kcal}}$$

$$\Delta H^\circ_{N_2} = 0{,}8\cdot X \text{ moles } (2000-298)\,\cancel{K}\left[6{,}5 + \frac{10^{-3}}{2}(2000+298)\right]\cdot 10^{-3}\frac{kcal}{\cancel{mol}\,\cancel{K}} \therefore$$

$$\therefore \underline{\Delta H^\circ_{N_2} = 10{,}415\cdot X \text{ kcal}}$$

$$\Delta H^\circ_{O_2} = (0{,}2X - 200)\ \cancel{mol}\cdot(2000-298)\,\cancel{K}\left[8{,}27 + \frac{0{,}26\cdot 10^{-3}}{2}(2000+298)\right]\cdot 10^{-3}\frac{kcal}{\cancel{mol}\cdot\cancel{K}} \therefore$$

$$\therefore \underline{\Delta H^\circ_{O_2} = (2{,}9168\cdot X - 2916{,}799) \text{ kcal}}$$

¡ojo!, las reacciones de combustión tienen como referencia el agua líquida, entonces primero la vaporizamos y luego la llevamos a 2000 K:

$$\Delta H^\circ_{H_2O} = 200 \text{ moles} \cdot \left\{\underbrace{10{,}5\frac{kcal}{mol}}_{\text{vaporización}} + (2000-298)\,\cancel{K}\left[7{,}08 + \frac{2{,}72\cdot 10^{-3}}{2}(2000+298)\right]\cdot 10^{-3}\frac{kcal}{\cancel{mol}\cdot\cancel{K}}\right\}$$

$$\underline{\Delta H^\circ_{H_2O} = 5573{,}877 \text{ kcal}}$$

El balance entálpico nos dice que $\Delta H^\circ_{CO_2} + \Delta H^\circ_{N_2} + \Delta H^\circ_{O_2} + \Delta H^\circ_{H_2O} = Q_{comb\ 25^\circ C}$ ∴

$$\therefore 2366{,}631 + 10{,}415\cdot X + 2{,}9168\cdot X - 2916{,}799 + 5573{,}877 = 21200$$

Despejando X lo tenemos solucionado:

$$X = \frac{21200 + 2916{,}799 - 2366{,}631 - 5573{,}877}{10{,}415 + 2{,}9168} = \frac{16176{,}29}{13{,}33168} = \underline{1213{,}375 \text{ moles aire}}$$

$$\frac{\text{volumen } CH_4}{\text{volumen aire}} = \frac{n_{CH_4}}{n_{aire}} = \frac{100 \text{ mols } CH_4}{1213{,}375 \text{ mols aire}} \Rightarrow \boxed{\frac{\text{volumen } CH_4}{\text{volumen aire}} = 0{,}08241}$$

O bien: $\frac{\text{volumen aire}}{\text{volumen } CH_4} = \frac{1}{0{,}08241} \Rightarrow \boxed{\frac{\text{volumen aire}}{\text{volumen } CH_4} = 12{,}13}$