TRATAMIENTO EXACTO DE LAS VOLUMETRÍAS DE POLIÁCIDOS Y POLIBASES CON UN VALORANTE MONOPRÓTICO FUERTE.

* Comenzaremos con la valoración de un poliácido H_nA con una base fuerte monoprótica, tal como la sosa. Vamos a deducir una ecuación general en situación de pre-1ª equivalencia:

$$nNaOH + H_nA \xrightarrow{\text{neutralización}} Na^+ + H_{n-1}A^- + H_2O$$

$[\ ]_{inicio}$:	$\frac{C_B \cdot v}{1+v}$	$\frac{C_A}{1+v}$	—	—	exceso
$[\ ]_{fin}$:	—	$\frac{C_A - C_B \cdot v}{1+v}$	$\frac{C_B \cdot v}{1+v}$	$\frac{C_B \cdot v}{1+v}$	exceso

Recordemos que:
V_A = volumen de poliácido valorado
V_B = volumen de monobase fuerte valorante.
$v = \left(\text{volumen reducido de la valoración}\right) = \frac{V_B}{V_A}$

C_A = molaridad del poliácido valorado; C_B = molaridad de la monobase fuerte valorante.

* Ahora planteamos todos los equilibrios ácido-base posibles para nuestro poliácido, H_nA:

$$H_nA + H_2O \underset{K_1}{\rightleftharpoons} H_{n-1}A^- + H_3O^+ \ ; \ K_1 = \frac{[H_{n-1}A^-][H_3O^+]}{[H_nA]} \therefore [H_{n-1}A^-] = \frac{K_1}{[H_3O^+]}[H_nA]$$

$$H_{n-1}A^- + H_2O \underset{K_2}{\rightleftharpoons} H_{n-2}A^{2-} + H_3O^+ \ ; \ K_2 = \frac{[H_{n-2}A^{2-}][H_3O^+]}{[H_{n-1}A^-]} \therefore [H_{n-2}A^{2-}] = \frac{K_2[H_{n-1}A^-]}{[H_3O^+]} \Rightarrow [H_{n-2}A^{2-}] = \frac{K_1K_2}{[H_3O^+]^2} \cdot [H_nA]$$

$$H_{n-2}A^{2-} + H_2O \underset{K_3}{\rightleftharpoons} H_{n-3}A^{3-} + H_3O^+ \ ; \ K_3 = \frac{[H_{n-3}A^{3-}][H_3O^+]}{[H_{n-2}A^{2-}]} \therefore [H_{n-3}A^{3-}] = \frac{K_3[H_{n-2}A^{2-}]}{[H_3O^+]} = \frac{K_1K_2K_3}{[H_3O^+]^3} \cdot [H_nA]$$

$$\vdots$$

$$H_3A^{(n-3)-} + H_2O \underset{K_{n-2}}{\rightleftharpoons} H_2A^{(n-2)-} + H_3O^+ \ ; \ K_{n-2} = \frac{[H_2A^{(n-2)-}][H_3O^+]}{[H_3A^{(n-3)-}]} \therefore [H_2A^{(n-2)-}] = \frac{K_{n-2}[H_3A^{(n-3)-}]}{[H_3O^+]} = \frac{K_1 \cdots K_{n-2}}{[H_3O^+]^{n-2}} \cdot [H_nA]$$

$$H_2A^{(n-2)-} + H_2O \underset{K_{n-1}}{\rightleftharpoons} HA^{(n-1)-} + H_3O^+ \ ; \ K_{n-1} = \frac{[HA^{(n-1)-}][H_3O^+]}{[H_2A^{(n-2)-}]} \therefore [HA^{(n-1)-}] = \frac{K_{n-1}[H_2A^{(n-2)-}]}{[H_3O^+]} = \frac{K_1 \cdots K_{n-1}}{[H_3O^+]^{n-1}} \cdot [H_nA]$$

$$HA^{(n-1)-} + H_2O \underset{K_n}{\rightleftharpoons} A^{n-} + H_3O^+ \ ; \ K_n = \frac{[A^{n-}][H_3O^+]}{[HA^{(n-1)-}]} \therefore [A^{n-}] = \frac{K_n[HA^{(n-1)-}]}{[H_3O^+]} = \frac{K_1 \cdots K_n}{[H_3O^+]^n} \cdot [H_nA]$$

* En general podemos escribir: $\boxed{H_{n-i}A^{i-} + H_2O \underset{K_{i+1}}{\rightleftharpoons} H_{n-i-1}A^{(i+1)-} + H_3O^+}$ donde i toma valores desde 0 hasta $n-1$: 0 (1º equilibrio con K_1), 1 (2º equilibrio con K_2), 2 (3º equilibrio con K_3), ...; es decir, $i = 0, 1, 2, \ldots, n-3, n-2, n-1$.

Entonces las concentraciones molares en el equilibrio de cada especie química relacionada con el poliácido se pueden calcular en función de la

concentración en el equilibrio $[H_nA]$ y de las constantes de acidez, con la siguiente fórmula general (que incluye el productorio desde $j=1$ hasta $j=i+1$ de las constantes de acidez K_j):

$$\boxed{\left[H_{n-i-1}A^{(i+1)-}\right] = \frac{\prod_{j=1}^{i+1} K_j}{[H_3O^+]^{i+1}} \cdot [H_nA] \quad \text{con } i=0,\dots,n-1. \quad [1]}$$

* No olvidemos que la autoprotólisis siempre está presente en el medio acuoso: $H_2O + H_2O \overset{K_w}{\rightleftharpoons} H_3O^+ + OH^-$; $K_w = [H_3O^+][OH^-]$; $\boxed{[OH^-] = \frac{K_w}{[H_3O^+]} \quad [2]}$

* A continuación efectuamos un balance de materia al poliácido. La concentración molar inicial de poliácido, nada más producirse la mezcla con la monobase fuerte, será: $\frac{\text{moles } H_2A}{\text{volumen mezcla}} = \frac{C_A \cdot V_A}{V_A+V_B} = \frac{C_A}{1+\frac{V_B}{V_A}} = \frac{C_A}{1+v}$

Esta concentración inicial se reparte entre todas las especies que contienen una "A" en el equilibrio:

$$\frac{C_A}{1+v} = [H_nA] + [H_{n-1}A^-] + [H_{n-2}A^{2-}] + \dots + [H_2A^{(n-2)-}] + [HA^{(n-1)-}] + [A^{n-}]$$

Es decir, $\frac{C_A}{1+v} = \sum_{k=0}^{n} [H_{n-k}A^{k-}] = [H_nA] + \sum_{i=0}^{n-1} \left[H_{n-i-1}A^{(i+1)-}\right]$ [3]

Sustituyendo [1] en [3]:

$$\frac{C_A}{1+v} = [H_nA] + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\prod_{j=1}^{i+1} K_j}{[H_3O^+]^{i+1}} \cdot [H_nA] = [H_nA] \cdot \left(1 + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\prod_{j=1}^{i+1} K_j}{[H_3O^+]^{i+1}}\right)$$

Nótese que el productorio de la expresión anterior también puede escribirse de otra manera:

$$1 + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\prod_{j=1}^{i+1} K_j}{[H_3O^+]^{i+1}} = 1 + \frac{K_1}{[H_3O^+]} + \frac{K_1K_2}{[H_3O^+]^2} + \dots + \frac{K_1\cdots K_{n-1}}{[H_3O^+]^{n-1}} + \frac{K_1\cdots K_n}{[H_3O^+]^n} = 1 + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\prod_{j=1}^{n-i} K_j}{[H_3O^+]^{n-i}} \quad [4]$$

De esta manera, despejando la concentración molar en el equilibrio de H_nA en la última expresión de nuestro balance de materia, hallamos dos formas equivalentes de escribirla:

$$\boxed{[H_nA] = \frac{C_A}{1+v} \cdot \left(1 + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\prod_{j=1}^{i+1} K_j}{[H_3O^+]^{i+1}}\right)^{-1} = \frac{C_A}{1+v} \left(1 + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\prod_{j=1}^{n-i} K_j}{[H_3O^+]^{n-i}}\right)^{-1} \quad [5]}$$

Antes de seguir, reducimos a común denominador la ecuación [4]:

$$1+\sum_{i=0}^{n-1}\frac{\prod_{j=1}^{i+1}K_j}{[H_3O^+]^{i+1}}=1+\sum_{i=0}^{n-1}\frac{\prod_{j=1}^{n-i}K_j}{[H_3O^+]^{n-i}}=1+\frac{K_1}{[H_3O^+]}+\frac{K_1K_2}{[H_3O^+]^2}+\dots+\frac{K_1\cdots K_{n-1}}{[H_3O^+]^{n-1}}+\frac{K_1\cdots K_n}{[H_3O^+]^n}=$$

$$=\frac{[H_3O^+]^n+K_1[H_3O^+]^{n-1}+K_1\cdot K_2\cdot[H_3O^+]^{n-2}+\dots+K_1\cdots K_{n-i}[H_3O^+]+K_1\cdots K_n}{[H_3O^+]^n}=$$

$$=\frac{[H_3O^+]^n+\sum_{i=0}^{n-1}\left\{[H_3O^+]^{n-1-i}\cdot\prod_{j=1}^{i+1}K_j\right\}}{[H_3O^+]^n}$$

O mejor, $$1+\sum_{i=0}^{n-1}\frac{\prod_{j=1}^{n-i}K_j}{[H_3O^+]^{n-i}}=\frac{[H_3O^+]^n+\sum_{i=0}^{n-1}\left\{[H_3O^+]^{i}\cdot\prod_{j=1}^{n-i}K_j\right\}}{[H_3O^+]^n}\quad[6]$$

* Ahora estamos en condiciones de atacar la última ecuación que, como era de imaginar, es un balance de cargas eléctricas: el número de cargas positivas en el medio ha de ser igual al de negativas:

$$[H_3O^+]+[Na^+]=[H_{n-1}A^-]+2[H_{n-2}A^{2-}]+3[H_{n-3}A^{3-}]+\dots+(n-2)[H_2A^{(n-2)-}]+(n-1)[HA^{(n-1)-}]+n[A^{n-}]+[OH^-]\ \therefore$$

$$\therefore\ [H_3O^+]+[Na^+]=\left(\sum_{i=0}^{n-1}(i+1)\left[H_{n-i-1}A^{(i+1)-}\right]\right)+[OH^-]\quad[7]$$

Teniendo en cuenta que la monobase valorante es muy fuerte, la concentración de cationes sodio en el equilibrio será: $[Na^+]=\frac{C_B\cdot v}{1+v}$, la cual podemos sustituir en la ecuación [7], junto con [2] y con [1]:

$$[H_3O^+]+\frac{C_B\cdot v}{1+v}=\left(\sum_{i=0}^{n-1}(i+1)\cdot\frac{\prod_{j=1}^{i+1}K_j}{[H_3O^+]^{i+1}}\cdot[H_nA]\right)+\frac{K_w}{[H_3O^+]}=\left([H_nA]\cdot\sum_{i=0}^{n-1}(i+1)\cdot\frac{\prod_{j=1}^{i+1}K_j}{[H_3O^+]^{i+1}}\right)+\frac{K_w}{[H_3O^+]}\ \therefore$$

$$\therefore\ [H_3O^+]+\frac{C_B\cdot v}{1+v}=\left([H_nA]\cdot\underbrace{\sum_{i=0}^{n-1}(n-i)\cdot\frac{\prod_{j=1}^{n-i}K_j}{[H_3O^+]^{n-i}}}_{[4]}\right)+\frac{K_w}{[H_3O^+]}\quad[8]$$

~~[illegible]~~

Reducimos a común denominador el sumatorio que hay dentro del paréntesis en la ecuación [8]:

$$\sum_{i=0}^{n-1}\left\{(n-i)\cdot\frac{\prod_{j=1}^{n-i}K_j}{[H_3O^+]^{n-i}}\right\}=\sum_{i=0}^{n-1}\left\{(i+1)\cdot\frac{\prod_{j=1}^{i+1}K_j}{[H_3O^+]^{i+1}}\right\}=\frac{K_1}{[H_3O^+]}+\frac{2K_1K_2}{[H_3O^+]^2}+\dots+\frac{(n-1)K_1\cdots K_{n-1}}{[H_3O^+]^{n-1}}+\frac{nK_1\cdots K_n}{[H_3O^+]^n}=$$

$$=\frac{K_1[H_3O^+]^{n-1}+2K_1K_2[H_3O^+]^{n-2}+\dots+(n-1)\cdot K_1\cdots K_{n-i}[H_3O^+]+n\cdot K_1\cdots K_n}{[H_3O^+]^n}$$

Entonces: $$\sum_{i=0}^{n-1}(i+1)\cdot\frac{\prod_{j=1}^{i+1}K_j}{[H_3O^+]^{i+1}} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1}\left\{(i+1)\cdot[H_3O^+]^{n-1-i}\cdot\prod_{j=1}^{i+1}K_j\right\}}{[H_3O^+]^n}$$

O también, $$\sum_{i=0}^{n-1}(n-i)\cdot\frac{\prod_{j=1}^{n-i}K_j}{[H_3O^+]^{n-i}} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1}\left\{(n-i)\cdot[H_3O^+]^{i}\cdot\prod_{j=1}^{n-i}K_j\right\}}{[H_3O^+]^n} \quad [9]$$

Por otro lado, sustituyendo [6] en [5]:

$$[H_nA] = \frac{\frac{C_A}{1+v}\cdot[H_3O^+]^n}{[H_3O^+]^n + \sum_{i=0}^{n-1}\left\{[H_3O^+]^i\cdot\prod_{j=1}^{n-i}K_j\right\}} \quad [10]$$

Finalmente sustituimos [9] y [10] en [8] para llegar a la ecuación buscada:

$$[H_3O^+] + \frac{C_B\cdot v}{1+v} = \frac{\frac{C_A}{1+v}\cdot\cancel{[H_3O^+]^n}}{[H_3O^+]^n + \sum_{i=0}^{n-1}\left\{[H_3O^+]^i\cdot\prod_{j=1}^{n-i}K_j\right\}}\cdot\frac{\sum_{i=0}^{n-1}\left\{(n-i)\cdot[H_3O^+]^i\cdot\prod_{j=1}^{n-i}K_j\right\}}{\cancel{[H_3O^+]^n}} + \frac{K_w}{[H_3O^+]}$$

$$\boxed{[H_3O^+] + \frac{C_B\cdot v}{1+v} = \frac{\frac{C_A}{1+v}\cdot\sum_{i=0}^{n-1}\left\{(n-i)\cdot[H_3O^+]^i\cdot\prod_{j=1}^{n-i}K_j\right\}}{[H_3O^+]^n + \sum_{i=0}^{n-1}\left\{[H_3O^+]^i\cdot\prod_{j=1}^{n-i}K_j\right\}} + \frac{K_w}{[H_3O^+]}} \quad [11]$$

VÁLIDA PARA CUALQUIER ÁCIDO H_nA, CON $v = \frac{V_B}{V_A}$

Esta es la ecuación general que permite el cálculo exacto de $[H_3O^+]$ para cualquier ácido H_nA, solo ($V_B = 0 \Rightarrow v = 0$) o en compañía de una monobase fuerte ($V_B \neq 0 \Rightarrow v \neq 0$):

Metiendo los datos de cada caso particular y escribiendo la ecuación [11] tal cual en, por ejemplo, WolframAlpha se resuelve en dos minutos la $[H_3O^+]$ y entonces podemos calcular con la ecuación [2] la $[OH^-]$ y con la ecuación [5] la $[H_nA]$. Por último, con las ecuaciones [1] es posible calcular las concentraciones molares en el equilibrio del resto de especies químicas.

Si escribimos la ecuación para los primeros valores de n, uno aprende rápida y fácilmente la mecánica para construir dicha ecuación [11] :

- <u>ÁCIDO MONOPRÓTICO</u> (por ejemplo el ácido acético) $\Rightarrow n=1$; HA

$$[H_3O^+] + \frac{C_B \cdot V}{1+V} = \frac{\frac{C_A}{1+V} \cdot K_1}{[H_3O^+] + K_1} + \frac{K_w}{[H_3O^+]} \quad [12]$$

- <u>ÁCIDO DIPRÓTICO</u> (por ejemplo el ácido sulfhídrico) $\Rightarrow n=2$; H_2A

$$[H_3O^+] + \frac{C_B \cdot V}{1+V} = \frac{\frac{C_A}{1+V} \cdot \left(K_1 [H_3O^+] + 2K_1K_2\right)}{[H_3O^+]^2 + K_1[H_3O^+] + K_1K_2} + \frac{K_w}{[H_3O^+]} \quad [13]$$

- <u>ÁCIDO TRIPRÓTICO</u> (por ejemplo el ácido fosfórico) $\Rightarrow n=3$; H_3A

$$[H_3O^+] + \frac{C_B \cdot V}{1+V} = \frac{\frac{C_A}{1+V} \cdot \left(K_1[H_3O^+]^2 + 2K_1K_2[H_3O^+] + 3K_1K_2K_3\right.}{[H_3O^+]^3 + K_1[H_3O^+]^2 + K_1K_2[H_3O^+] + K_1K_2K_3} + \frac{K_w}{[H_3O^+]}$$

- <u>ÁCIDO TETRAPRÓTICO</u> (por ejemplo el AEDT) $\Rightarrow n=4$; H_4A

$$[H_3O^+] + \frac{C_B \cdot V}{1+V} = \frac{\frac{C_A}{1+V} \cdot \left(K_1[H_3O^+]^3 + 2K_1K_2[H_3O^+]^2 + 3K_1K_2K_3[H_3O^+] + 4K_1K_2K_3K_4\right.}{[H_3O^+]^4 + K_1[H_3O^+]^3 + K_1K_2[H_3O^+]^2 + K_1K_2K_3[H_3O^+] + K_1K_2K_3K_4} + \frac{K_w}{[H_3O^+]}$$

y así sucesivamente...

Ni que decir tiene que si manipulamos de forma matemáticamente adecuada las ecuaciones [12] para un monoprótico y [13] para un diprótico acabamos con una ecuación cúbica y cuártica respectivamente que ya hemos tratado en otros documentos, a saber:

$$[H_3O^+]^3 + \left(K_1 + \frac{C_B \cdot V}{1+V}\right)[H_3O^+]^2 - \left(K_1 \cdot \frac{C_A - C_B \cdot V}{1+V} + K_w\right)[H_3O^+] - K_1K_w = 0$$

y la "ecuación de sleepylavoisier":

$$[H_3O^+]^4 + \left(K_1 + \frac{C_B \cdot V}{1+V}\right)[H_3O^+]^3 - \left[K_1\left(\frac{C_A - C_B \cdot V}{1+V} - K_2\right) + K_w\right][H_3O^+]^2 - K_1K_2\left(\frac{2C_A - C_B \cdot V}{1+V} + \frac{K_w}{K_2}\right)[H_3O^+] - K_1K_2K_w = 0$$

Lo cual dejo como ejercicio para los lectores avezados, pero si lo haceis os darán clavaditas.

* La ecuación [11] se ha deducido en una situación de pre-1ª equivalencia pero conjeturamos que, al igual que se demostró en el tratamiento exacto para un diprótico (ejercicio 4 opos Madrid 2015), tiene validez general en cualquier situación que imaginemos (pre-1ª equivalencia, puntos de equivalencia, inter-equivalencias y post-última equivalencia)

* Igualmente podríamos hacer este mismo desarrollo para una poliBase, por ejemplo del tipo $M(OH)_n$, que se valora con un monoácido fuerte y llegaríamos a la misma ecuación [11] sin más que intercambiar:

- $[H_3O^+]$ por $[OH^-]$.
- las K_j ya no son las constantes de acidez sino las de basicidad.
- El subíndice "A" por el subíndice "B", de forma que en este caso el volumen reducido será $v = \frac{V_A}{V_B}$ (para base sola, sin adición de ácido $V_A = 0 \Rightarrow v = 0$) y hay que intercambiar en las fórmulas C_A por C_B y C_B por C_A.

Haciendo los cambios pertinentes la ecuación queda:

$$\boxed{[OH^-] + \frac{C_A \cdot v}{1+v} = \frac{\frac{C_B}{1+v} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ (n-i) \cdot [OH^-]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\}}{[OH^-]^n + \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ [OH^-]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\}} + \frac{K_w}{[OH^-]} \qquad [14]}$$

VÁLIDA PARA CUALQUIER BASE, por ejemplo del tipo $M(OH)_n$, con $v = \frac{V_A}{V_B}$

Las ecuaciones [2], [5] y [1] necesarias para calcular las concentraciones en el equilibrio también son válidas sin más que efectuar en ellas los intercambios y cambios de subíndices que hemos comentado líneas arriba.

* Por último vamos a expresar la ecuación [11] en forma polinómica, sin denominadores, lo único que voy a tener que inclinar el folio porque..., ejem..., las fórmulones no me caben:

$$[11] \rightsquigarrow [H_3O^+] + \frac{C_B \cdot V}{1+V} - \frac{K_w}{[H_3O^+]} = \underbrace{\frac{[H_3O^+]^2 + \frac{C_B \cdot V}{1+V} \cdot [H_3O^+] - K_w}{[H_3O^+]} = \frac{\frac{C_A}{1+V} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ (n-i)[H_3O^+]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\}}{[H_3O^+]^n + \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ [H_3O^+]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\}}}_{\text{multiplicamos en cruz para evitar tener denominadores}}$$

$$\left([H_3O^+]^2 + \frac{C_B \cdot V}{1+V} [H_3O^+] - K_w \right) \cdot \left([H_3O^+]^n + \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ [H_3O^+]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} \right) = \frac{C_A}{1+V} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ (n-i)[H_3O^+]^{i+1} \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\}$$

Multiplicando y ordenando términos se llega a:

$$[H_3O^+]^{n+2} + \frac{C_B \cdot V}{1+V} [H_3O^+]^{n+1} - K_w [H_3O^+]^n + \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ [H_3O^+]^{i+2} \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} + \frac{C_B \cdot V}{1+V} \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ [H_3O^+]^{i+1} \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} - K_w \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ [H_3O^+]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} - \frac{C_A}{1+V} \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ (n-i)[H_3O^+]^{i+1} \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} = 0$$

Juntando el 2º y el último sumatorio queda:

$$[H_3O^+]^{n+2} + \frac{C_B \cdot V}{1+V} [H_3O^+]^{n+1} - K_w [H_3O^+]^n + \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ [H_3O^+]^{i+2} \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} + \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ \left[\frac{C_B \cdot V}{1+V} - \frac{C_A}{1+V} \cdot (n-i) \right] \cdot [H_3O^+]^{i+1} \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} - K_w \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ [H_3O^+]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} = 0$$

Por último, ponemos todos los sumatorios en función de $[H_3O^+]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j$ y sacamos factor común para convertirlos en uno:

$$\boxed{[H_3O^+]^{n+2} + \frac{C_B \cdot V}{1+V} [H_3O^+]^{n+1} - K_w [H_3O^+]^n + \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ \left\{ [H_3O^+]^2 + \frac{C_B \cdot V - C_A (n-i)}{1+V} \cdot [H_3O^+] - K_w \right\} \cdot [H_3O^+]^i \cdot \prod_{j=1}^{n-i} K_j \right\} = 0 \quad [15]}$$

La ecuación [15] es completamente equivalente a la ecuación [11] (podéis probarla para $n=1$ y $n=2$ para obtener la ecuación cúbica de un monoprótico y cuártica de un diprótico). No obstante la desaconsejo pues es mucho menos elegante, más larga de escribir en los paquetes informáticos de cálculo y más difícil de recordar y construir que la [11]. Lo interesante de la ecuación [15] es que nos demuestra que el tratamiento exacto de un poliprótico H_nA queda resuelto con una ecuación de grado $n+2$, es decir, para un monoprótico con una ecuación cúbica, para un diprótico con una cuártica, para un triprótico con una de 5º grado y así sucesivamente. Para acabar, decir que la [15] funciona también muy bien para bases

polipróticas haciendo los cambios e intercambios de subíndices que ya hemos comentado con respecto a la ecuación [11].

¡FELIZ AÑO

NUEVO COMPAÑEROS!