

• Ejercicio N°4 - Un gas sufre una expansión adiabática con $V=2L$; $T=320K$ y $P=2atm$. La temperatura es $\Delta/4$ de T inicial.

a) Hallar P , V finales y gráfica.

b) Hallar el w , Δs e Δv del proceso.

Datos: $C_v=5$; $C_p=7$.

En un proceso adiabático $\Rightarrow dQ=0$.

Según el 1º Pp. de la Termodinámica:

$$du = dq - dw = 0 - dw = -p \cdot dv.$$

Para procesos adiabáticos:

$$1) \left. \begin{aligned} du &= -p \cdot dv = C_v \cdot dT \\ dh &= v \cdot dp = C_p \cdot dT \end{aligned} \right\} \frac{v \cdot dp}{-p \cdot dv} = \frac{C_p \cdot dT}{C_v \cdot dT} = \gamma \Rightarrow$$

Coeficiente adiabático.

$$\Rightarrow \int_i^f \frac{dp}{p} = -\gamma \cdot \int_i^f \frac{dv}{v} \Rightarrow \ln p \Big|_i^f = -\gamma \cdot \ln v \Big|_i^f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln \frac{p_f}{p_i} = -\gamma \ln \frac{v_f}{v_i} \Rightarrow \ln \frac{p_f}{p_i} = \ln \left(\frac{v_f}{v_i} \right)^{-\gamma} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_f}{p_i} = \left(\frac{v_i}{v_f} \right)^{\gamma} \Rightarrow \boxed{p_f \cdot v_f^{\gamma} = p_i \cdot v_i^{\gamma}}$$

$$2) \cancel{p} \cdot C_v \cdot dT = - \cancel{p} \frac{RT}{v} dv \Rightarrow \frac{dT}{T} = - \frac{R}{C_v} \frac{dv}{v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_1^2 \frac{dT}{T} = - \frac{R}{C_V} \int_1^2 \frac{dV}{V} \Rightarrow \ln T \Big|_1^2 = - \left(\frac{C_P - C_V}{C_V} \right) \ln V \Big|_1^2$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = - (\gamma - 1) \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{-(\gamma - 1)}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{-(\gamma - 1)} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2 \cdot V_2^{\gamma - 1} = T_1 \cdot V_1^{\gamma - 1}}$$

Con esta última relación podemos calcular el volumen final sabiendo que:

$$T_2 = \frac{1}{4} \cdot T_1; \quad T_1 = 320 \text{ K}; \quad V_1 = 2 \text{ L}; \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \cancel{T_1} \cdot V_2^{\frac{7}{5} - 1} = \cancel{T_1} \cdot 2^{\frac{7}{5} - 1}$$

$$V_2^{2/5} = 4 \cdot 2^{2/5} = 5.278 \Rightarrow \boxed{V_2 = 64 \text{ L}}$$

Aplicando la relación $P \cdot V^\gamma = \text{cte}$, calculamos la presión final:

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 \cdot V_1^\gamma}{V_2^\gamma} = \frac{2 \cdot 2^{7/5}}{64^{7/5}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P_2 = 0,016 \text{ atm}}$$

El trabajo en un proceso adiabático lo podemos calcular como:

$$W = \int_i^f P \cdot dV = \int_i^f \frac{P_i \cdot V_i^\gamma}{V^\gamma} dV = P_i \cdot V_i^\gamma \int_i^f \frac{dV}{V^\gamma} =$$

$$P \cdot V^\gamma = P_i \cdot V_i^\gamma \Rightarrow P = \frac{P_i \cdot V_i^\gamma}{V^\gamma}$$

$$\begin{aligned}
 &= P_i \cdot V_i^\gamma \int_i^f V^{-\gamma} dV = P_i \cdot V_i^\gamma \cdot \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \Big|_i^f = \\
 &= P_i \cdot V_i^\gamma \cdot \frac{V_f^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} - \frac{V_i^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} = P_i \cdot V_i^\gamma \frac{V_f^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} - P_i \cdot V_i^\gamma \frac{V_i^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} = \\
 &= \frac{P_f \cdot V_f^\gamma V_f^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} - \frac{P_i \cdot V_i^\gamma V_i^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} = \frac{P_f \cdot V_f}{-\gamma+1} - \frac{P_i \cdot V_i}{-\gamma+1} \\
 &\uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \\
 &P_f \cdot V_f^\gamma = P_i \cdot V_i^\gamma = \text{cte.} \quad (*)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo datos:

$$W = \frac{0.16 \cdot 64 - 2 \cdot 2}{-\frac{7}{5} + 1} = 7.44 \text{ atm} \cdot \text{l}$$

⊗ También podemos hacerlo como:

$$W = \frac{\text{cte}}{-\gamma+1} \left[V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1} \right] =$$

$$P \cdot V^\gamma = \text{cte}$$

$$2 \cdot 2^{7/5} = \text{cte} = 5.278$$

$$= \frac{5.278}{-\frac{7}{5} + 1} \left[64^{-\frac{7}{5} + 1} - 2^{-\frac{7}{5} + 1} \right] = 7.49 \text{ atm} \cdot \text{l}$$

$$W = 7.44 \text{ atm} \cdot \text{l} \times \frac{101300 \text{ Pa}}{1 \text{ atm}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 753.6 \text{ J}$$

$$W \approx 754 \text{ J}$$

La variación de entropía lo podemos calcular como:

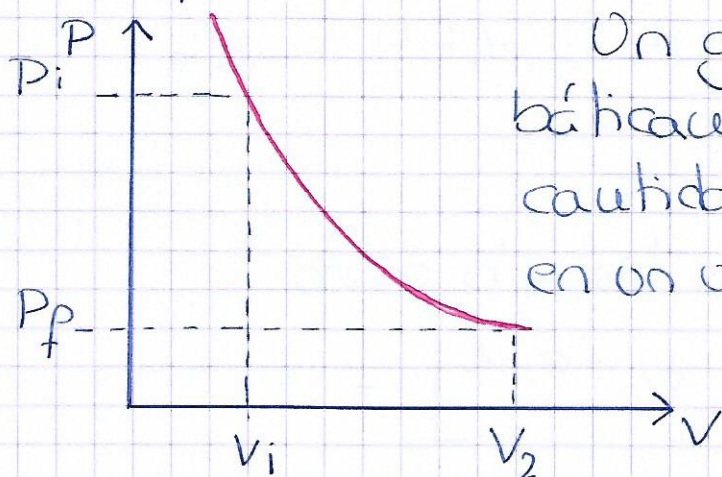
$$ds = \frac{dq}{T}$$

Como es un proceso adiabático no hay intercambio de calor $\Rightarrow Q=0 \Rightarrow ds=0$.

Como es una expansión $V_2 > V_1$ y la variación de volumen nos queda:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 64 - 2 = 62 \text{ L.}$$

Gráfica:



Expansión.
↑↑

Un gas, al dilatarse adiabáticamente, se enfía pues la cantidad de calor se reparte en un volumen mayor.

Comprobemos que:

$$P_2 < P_1$$

$$V_2 > V_1$$

$$T_2 < T_1$$