Práctico Oposiciones Valencia 2015.

(1) La energía de ionización del hidrógeno es de 1312 kJ/mol.

a) Utilice este valor para calcular la energía del estado fundamental del átomo de hidrógeno. ¿Cuál es la frecuencia mínima necesaria para arrancar un electrón a un átomo de hidrógeno que se encuentra en su estado fundamental?

b) Si irradiamos un recipiente que contiene átomos de hidrógeno en estado fundamental con una radiación de $2{,}66 \cdot 10^{15}$ Hz, ¿qué les ocurrirá a los átomos del gas? ¿Y si la frecuencia es de $3{,}08 \cdot 10^{15}$ Hz?

c) Para las dos radiaciones del apartado b), ¿cuántas líneas se detectarán posteriormente en el espectro de emisión? Indique el número y calcule la frecuencia de la línea de mayor longitud de onda.

DATOS: Constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s ; carga del electrón $= e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ; Número de Avogadro, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ partículas · mol^{-1}

(2) Un cilindro macizo, de masa y radio conocidos, que gira con una velocidad angular ω_0 respecto del eje de simetría que pasa por el centro de sus bases, se deposita suavemente sobre la superficie de una carretera horizontal. A partir de este momento el cilindro recorre cierta distancia durante la cual se calienta el cilindro, la superficie y el aire que los rodea, hasta que empieza a rodar sin deslizar.

Se pregunta:

a) Dibuje las fuerzas que se ejercen sobre el cilindro a lo largo de esta distancia, identificando el par acción-reacción de cada una de ellas.

b) Encuentre la expresión para calcular esta distancia en función de los datos conocidos y aplíquela para los siguientes valores:

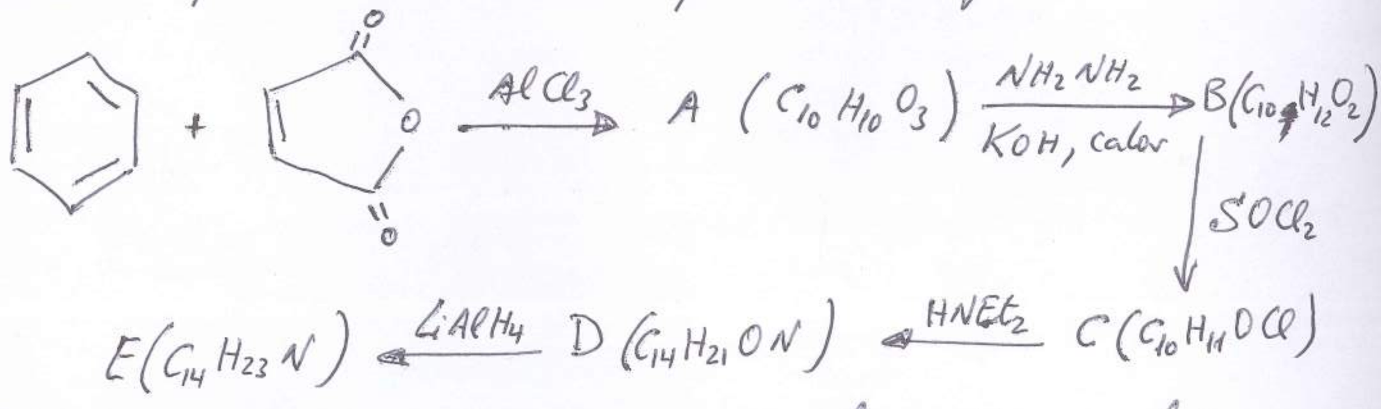
Velocidad angular inicial, $\omega_0 = 1000$ r.p.m.; Radio del cilindro, $R = 20$ cm

Masa del cilindro, $m = 2$ kg; Coeficiente de rozamiento, $\mu = 0{,}4$

Considere que el coeficiente de rozamiento por deslizamiento, μ, [redacted] es conocido y permanece constante a lo largo de esta distancia.

3) Disponemos de una bobina de radio R y N vueltas. En su interior, y paralelo al eje de la bobina, existe un campo magnético, cuya expresión viene dada por $B = B_0\left(1 - \frac{r}{2R}\right)\cos\omega t$, donde r es la distancia al eje de la bobina y B_0 y ω son constantes. Calcule la f.e.m inducida en la bobina.

4) Complete la siguiente secuencia de síntesis, indicando en cada paso la reacción que tiene lugar



5) Se desea separar cuantitativamente los cationes calcio y estroncio de una disolución que es 0,01M en cada uno de los cationes, mediante la adición de hidróxido de sodio a un litro de disolución. Indique en qué intervalo de pH tendrá lugar esta separación.

Datos: Los productos de solubilidad a 25°C son: Kps $Ca(OH)_2 = 5{,}5\cdot10^{-4}\,M^3$

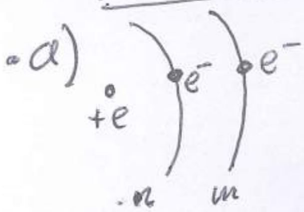
Kps $Sr(OH)_2 = 1{,}1\cdot10^{-10}\,M^3$

DATOS: Ar: N=14u; H=1u; Cl=35,5u; Na=23u; O=16u; S=32u

6) Una muestra de 0,465 g de cloruro de amonio y sulfato de amonio se calienta con un exceso de base fuerte, NaOH. El gas desprendido se recoge [redacted] sobre 50 mL de disolución de ácido clorhídrico 0,2 M, necesitándose 20 mL de hidróxido de sodio 0,1M para neutralizar el exceso de clorhídrico. Calcule el porcentaje de cloruro de amonio en la muestra.

PROBLEMA Nº1

• a)



Siguiendo a Bohr, la energía del electrón en una órbita permitida con número cuántico principal n vale: $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$; $n = 1, 2, \ldots$

Para una órbita permitida superior $m > n$: $E_m = -\frac{E_0}{m^2}$. Para que el electrón salte de n a m la energía mínima (de los fotones) necesaria con la que hay que irradiar el átomo será: $\Delta E = E_m - E_n = -\frac{E_0}{m^2} - \left(-\frac{E_0}{n^2}\right) = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$

La energía de ionización es la necesaria para arrancar el electrón al átomo de hidrógeno en su estado fundamental, es decir, para que salte de $n=1$ a $m \to \infty$:

$$\Delta E = E_m - E_\infty = \lim_{m\to\infty}\left[E_0\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2}\right)\right] = E_0 = 1312\,\frac{kJ}{mol}\cdot\frac{1000\ J/kJ}{6{,}02\cdot 10^{23}\,\frac{átomos}{mol}} \therefore$$

$\therefore\ E_0 = 2{,}18\cdot 10^{-18}\,J$. Entonces la energía del estado fundamental ($n=1$) del átomo de hidrógeno será:

$$E_1 = -\frac{E_0}{1^2} = -E_0 = -2{,}18\cdot 10^{-18}\,\cancel{J} \Big/ 1{,}60\cdot 10^{-19}\,\frac{\cancel{J}}{eV} = -13{,}6\,eV$$

$$\boxed{E_1 = -2{,}18\cdot 10^{-18}\,J = -13{,}6\,eV}$$

El signo "—" nos informa de que la fuerza entre el electrón y el núcleo es atractiva.

• b) Siguiendo a Planck: $\Delta E = h\omega$;

$$\left.\begin{array}{l} h\omega = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \therefore \frac{h\omega}{E_0} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \\ \text{"átomos de hidrógeno en estado fundamental"} \Rightarrow n = 1 \end{array}\right\} \therefore$$

$$\therefore\ \frac{1}{m^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{h\omega}{E_0} \quad \therefore \quad m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{h\omega}{E_0}}}$$

Por definición $E[x]$ = parte entera de x. En el mundo cuántico m no puede tener parte decimal:

$$m = E\left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{h\omega}{E_0}}}\right]$$

(mejor dicho, n y m deben pertenecer al conjunto de los números naturales ya que es fácil demostrar que un número natural puede escribirse con parte decimal, por ejemplo $2 = 1{,}999\ldots = 1{,}\hat{9}$)

* Para $\nu = 2{,}66 \cdot 10^{15}$ Hz:

$$m = E\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 2{,}66\cdot 10^{15}}{2{,}18\cdot 10^{-18}}}}\right] = E[2{,}29] = 2$$

En este caso, los fotones de la radiación poseen energía suficiente para que los electrones en los átomos de hidrógeno salten a la 2ª órbita de Bohr pero no a la 3ª.

* Para $\nu = 3{,}08 \cdot 10^{15}$ Hz:

$$m = E\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3{,}08\cdot 10^{15}}{2{,}18\cdot 10^{-18}}}}\right] = E[3{,}98] = 3$$

Ahora los fotones tienen energía suficiente para que los electrones salten a la 3ª órbita de Bohr, pero no a la 4ª.

• C) Después de los posibles saltos electrónicos los átomos de hidrógeno se encontrarán en su estado excitado de alta energía. Pero en nuestro universo se tiende a la mínima energía por lo que el breve estado excitado desaparece cuando los electrones vuelven al ~~estado~~ nivel fundamental ($n=1$) emitiendo fotones de frecuencia $\nu = \frac{\Delta E}{h}$ correspondiente al salto energético en cuestión:

* En el primer caso ($\nu = 2{,}66\cdot 10^{15}$ Hz) solamente es posible una línea en el espectro de emisión porque sólo puede darse un salto electrónico: $\underset{\text{(excitado)}}{m=2} \longrightarrow \underset{\text{(fundamental)}}{n=1}$

* En el segundo caso ($\nu = 3{,}08\cdot 10^{15}$ Hz) son posibles tres líneas en el espectro de emisión porque pueden darse tres saltos electrónicos: $m=3 \rightarrow n=1$; $m=3 \rightarrow n=2$; $m=2 \rightarrow n=1$

La diferencia de energía entre dos niveles consecutivos será:

$$\Delta E = E_0\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\right] = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2+2n+1}\right) = E_0\,\frac{n^2+2n+1-n^2}{n^2(n^2+2n+1)} \therefore$$

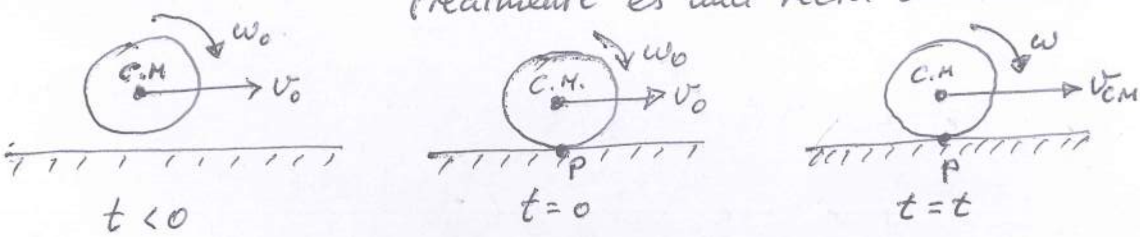
$\therefore \Delta E = E_0\,\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$ Como puede verse al aumentar n disminuye ΔE. Por lo tanto, el salto electrónico con menor ΔE (menor ν y mayor $\lambda = \frac{c}{\nu}$) corresponde a $m=3 \rightarrow n=2$; $\Delta E = h\nu = E_0\,\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \therefore \nu = \frac{(2n+1)E_0}{h\,n^2(n+1)^2} \therefore$

$\therefore \nu = \frac{(2\cdot 2+1)\cdot 2{,}18\cdot 10^{-18}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 2^2(2+1)^2} \Rightarrow \boxed{\nu = 4{,}57\cdot 10^{14}\,\text{Hz}}$ También se puede calcular con: $\Delta E = h\nu = E_0\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right)$; $n=2$, $m=3$

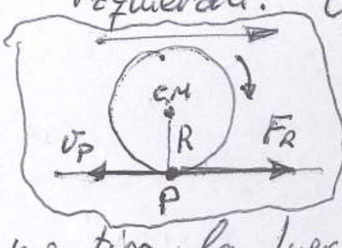
$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8}{4{,}57\cdot 10^{14}} = 6{,}57\cdot 10^{-7}$ m $= 657$ nm $\Rightarrow$ cae en el visible, se trata de la primera línea de la serie de Balmer, concretamente la H_α de color rojo.

PROBLEMA Nº 2

C.M = centro de masas (centro del cilindro)
P = punto del cilindro en contacto con la carretera (realmente es una recta de contacto).



"se deposita suavemente" $\Rightarrow v_0 = 0$ (la velocidad inicial del C.M., al apoyarse el cilindro sobre la carretera, es nula), pero en ese instante ($t=0$) el cilindro rota con $\omega_0 \neq 0$ siguiendo las agujas del reloj. Sea $\vec{v_P}$ la velocidad del punto P del cilindro en contacto con la carretera, será un vector horizontal con sentido hacia la izquierda. Como la fuerza de rozamiento F_R se opone siempre al movimiento y P se mueve hacia la izquierda, $\vec{F_R}$ será un vector horizontal con sentido hacia la derecha. ¡Agachemos el cabezón, aunque nos parezca mentira, la fuerza de rozamiento lleva la misma dirección y sentido que el centro de masas del cilindro!



A partir de aquí y teniendo claro esto, como siempre, 2ª Ley Newton:

* Traslación del C.M : $F_R = m\, a_{CM}$ ← aceleración del centro de masa del cilindro.

* Rotación alrededor de un eje que pasa por el centro de mase del cilindro : $I\alpha = -R \cdot F_R$

Suponemos la aceleración angular α con el sentido de las agujas del reloj

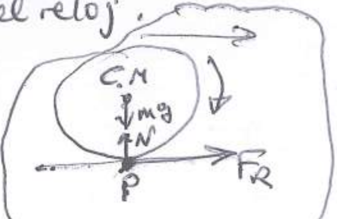
negativo porque F_R intenta girar el cilindro en sentido contrario a las agujas del reloj.

(saldrá negativa obviamente porque F_R frena la rotación del cilindro.)

$I_{cilindro} = \frac{1}{2} m R^2$

I = momento de inercia $= \frac{1}{2} m R^2$

Por otro lado $a_{CM} = \alpha \cdot R$ y $F_R = \mu N = \mu m g$
$(N = mg)$



Para conocer el movimiento que nos traemos entre manos despejamos a_{CM} y α:

$$a_{CM} = \frac{F_R}{m} = \frac{\mu N}{m} = \frac{\mu \cancel{m} g}{\cancel{m}} = \mu g = cte. \Rightarrow$$ el centro de masas se mueve con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) $\Rightarrow$ la velocidad del centro de masa, v_{CM}, aumenta con el tiempo, t.

$$\alpha = -\frac{R \cdot F_R}{I} = -\frac{\cancel{R}\mu \cancel{m} g}{\frac{1}{2}\cancel{m} R^{\cancel{2}}} = -\frac{2\mu g}{R} = cte \Rightarrow$$ el cilindro rota con movimiento circular uniformemente decelerado (MCUD), la velocidad angular inicial con la que rota, ω_0, va disminuyendo con el tiempo, t.

Es decir, el cilindro en conjunto (su C.M.) se mueve cada vez más rápido pero va frenando su rotación alrededor de su eje hasta que rueda sin deslizar y entonces $v_{CM} = \omega \cdot R$

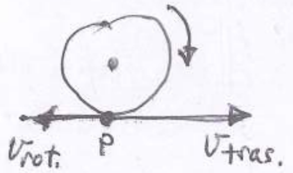
Ecuaciones de velocidad:

$$MRUA \Rightarrow v_{CM} = \overset{0}{\cancel{v_0}} + a_{CM} \cdot t = \mu g t$$

$$MCUD \Rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha t = \omega_0 - \frac{2\mu g}{R} t$$

La velocidad del punto de contacto P = traslación C.M + rotación -wR

sentidos contrarios



$$v_P = v_{CM} - \omega R = \mu g t - \omega R \therefore v_P = \mu g t - \left(\omega_0 - \frac{2\mu g}{R} t\right) R =$$

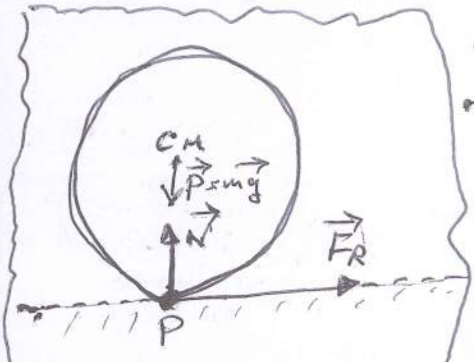
$$= \mu g t - \omega_0 R + \frac{2\mu g}{R} t \cdot R = 3\mu g t - \omega_0 \cdot R$$

Cuando el cilindro rota sin deslizar la $v_{TRASLACIÓN} = v_{ROTACIÓN_P} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_{CM} = \omega R \Rightarrow v_P = 0$ (aunque va en contra de nuestra intuición hemos de fiarnos de la Física y concluir que P no se mueve ni un pelo)

Entonces $0 = 3\mu g t - \omega_0 R \therefore t = \dfrac{\omega_0 R}{3\mu g}$ = tiempo que transcurre desde que depositamos el cilindro hasta que rueda sin deslizar. Ahora que sabemos como se mueve el cilindro, en profundidad, podemos responder a los apartados a) y b), ¡sin miedo a la Física!

• a) Dibujamos el diagrama de cuerpo libre para el cilindro:



Fuerzas que actúan sobre el cilindro:

• $|\vec{Peso}| = |\vec{P}| = m|\vec{g}| = 2\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 = \underline{19{,}6\,N}$

par acción-reacción: La Tierra ejerce una fuerza vertical hacia abajo aplicada en el centro del cilindro (C.M), Como contrapartida, el cilindro ejerce una fuerza vertical hacia arriba aplicada en el centro de la Tierra. Ambas fuerzas tienen el mismo módulo 19,6N.

• $|\overrightarrow{\text{Fuerza de rozamiento}}|$ (en P) $= \mu|\vec{N}| = \mu\, m\, g = 0{,}4 \cdot 2\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 = \underline{7{,}84\,N}$

par acción-reacción: la carretera ejerce una fuerza horizontal de 7,84N aplicada sobre el punto P del cilindro (sentido hacia la derecha) y por lo tanto el cilindro ejerce una fuerza horizontal de 7,84N aplicada sobre el punto de contacto de la carretera con el cilindro, de 7,84N sentido hacia la izquierda.

• $|\vec{N}| = |\vec{P}| = m|\vec{g}| = 19{,}6\,N$. Par acción-reacción: la carretera ejerce una fuerza normal aplicada en P sobre el cilindro de 19,6N, vertical y hacia arriba, por la 3ª ley de Newton, el cilindro ejerce una fuerza normal aplicada en P sobre la carretera de 19,6N, vertical y hacia abajo.

b) MRUA $\Rightarrow$ $s = \frac{1}{2} a_{cr} t^2 = \frac{1}{2} \cancel{\mu} \cancel{g} \frac{\omega_0^2 R^2}{9 \mu^{\cancel{2}} g^{\cancel{2}}}$ ∴

∴ $\boxed{s = \frac{(\omega_0 R)^2}{18 \mu g}}$ $\quad s = \frac{\left(1000 \frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi\, rad/rev}{60\, s/min} \cdot 0'2\, m\right)^2}{18 \cdot 0,4 \cdot 9,8\, m/s^2}$

$\boxed{s = 6,2\, m}$ después de algo más de seis metros el cilindro empieza a rodar sin deslizar.

PROBLEMA Nº 3

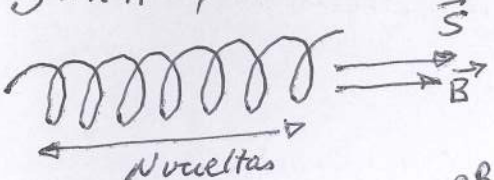
$$B = B_0\left(1 - \frac{r}{2R}\right)\cos\omega t \quad \left.\begin{matrix} A = \cos\omega t \\ \; \end{matrix}\right\} \; B = B_0\left(1 - \frac{r}{2R}\right) A$$

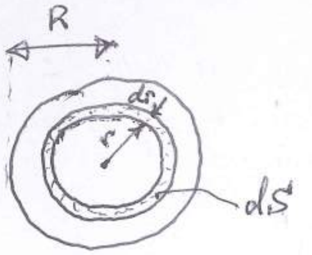
En un instante t, el flujo magnético será: $d\phi = N \vec{B} \cdot d\vec{S} =$

$= N B\, dS \underbrace{\cos 0^\circ}_{1} = N B\, 2\pi r\, dr = 2\pi N B_0 A \left(1 - \frac{r}{2R}\right) r\, dr$

$S = \pi R^2$; $dS = 2\pi r\, dr$

r varía entre 0 y R





$$\Phi = \int_S d\phi = 2\pi N B_0 A \int_0^R \left(1 - \frac{r}{2R}\right) r\, dr = 2\pi N B_0 A \left[\int_0^R r\, dr - \frac{1}{2R}\int_0^R r^2 dr\right] =$$

$$= 2\pi N B_0 A \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^3/3}{2R}\right) = 2\pi N B_0 A \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{6}\right) = \frac{2\pi R^2 N B_0}{3} \cos\omega t$$

$$\frac{2R^2}{6} = \frac{R^2}{3}$$

Ley de Faraday-Lenz : $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{2\pi R^2 N B_0}{3}\cos\omega t\right) =$

$= -\frac{2\pi R^2 N B_0}{3} \frac{d}{dt}(\cos\omega t)$

$-\omega \operatorname{sen}\omega t$

∴ $\boxed{\mathcal{E} = \frac{2\pi R^2 N B_0 \omega}{3} \operatorname{sen}\omega t}$

PROBLEMA Nº 6

$$\underset{x\,g}{0{,}465\,g\ NH_4Cl} + \underset{(0{,}465-x)\,g}{(NH_4)_2SO_4} \xrightarrow[\Delta]{NaOH\ exceso} \uparrow NH_{3(g)}$$ recogemos con HCl 50 mL 0,2 M

exceso HCl + 20 mL NaOH 0,1M para neutralizar

Masas molares:

$NH_4Cl = 14 + 4\cdot 1 + 35{,}5 = 53{,}5\ g/mol$

$(NH_4)_2SO_4 = (14+4\cdot 1)\cdot 2 + 32 + 4\cdot 16 = 132\ g/mol$

moles totales de HCl en la disolución 0,2 M $= 0{,}05\,\cancel{L}\cdot 0{,}2\,\frac{moles}{\cancel{L}} = 0{,}01$ moles

$\left(\begin{array}{l}\text{moles de HCl que quedan en exceso}\\ \text{después de recoger el amoníaco}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{l}\text{moles de NaOH}\\ \text{gastados en la}\\ \text{neutralización}\end{array}\right) = 0{,}020\,\cancel{L}\cdot 0{,}1\,\frac{moles}{\cancel{L}} = 0{,}002$ moles

$$NaOH + HCl_{exceso} \xrightarrow{neutraliz.} NaCl + H_2O$$

$\left(\begin{array}{l}\text{moles de HCl que reaccionan}\\ \text{con el } NH_3 \text{ desprendido}\end{array}\right) =$ totales − exceso $= 0{,}01 - 0{,}002 = 0{,}008$ moles

$$HCl + NH_3 \longrightarrow NH_4^+ + Cl^-$$

$\left(\begin{array}{l}\text{moles de } NH_{3(g)}\\ \text{recogidos}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{l}\text{moles de } NH_4^+\\ \text{totales en la}\\ \text{mezcla inicial}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{l}\text{moles de HCl que}\\ \text{reaccionan con el}\\ NH_3 \text{ desprendido}\end{array}\right) = \underline{0{,}008 \text{ moles}}$

$$NH_4^+ + OH^- \longrightarrow NH_3\uparrow + H_2O$$

$\left(\begin{array}{l}\text{moles de } NH_4^+\\ \text{totales en la mezcla}\\ \text{inicial}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{l}\text{moles } NH_4Cl\\ \text{en la muestra}\end{array}\right) + 2\cdot\left(\begin{array}{l}\text{moles } (NH_4)_2SO_4\\ \text{en la muestra}\end{array}\right) =$

$$= \frac{m_{NH_4Cl}}{M_{NH_4Cl}} + \frac{2\cdot m_{(NH_4)_2SO_4}}{M_{(NH_4)_2SO_4}} = \frac{x}{53{,}5} + \frac{2(0{,}465-x)}{132} =$$

$$= \frac{x}{53{,}5} + \frac{0{,}465-x}{66}$$

Igualando $\dfrac{x}{53{,}5} + \dfrac{0{,}465-x}{66} = 0{,}008$; $\dfrac{1{,}233645x + 0{,}465 - x}{66} = 0{,}008$

$0{,}233645x = 0{,}063 \Rightarrow x = 0{,}26964$ g de NH_4Cl

$\%\,NH_4Cl = \dfrac{0{,}26964}{0{,}465}\cdot 100$;

$$\boxed{\%\,NH_4Cl = 58{,}0\%}$$

porcentaje en masa de cloruro de amonio en la muestra.