

X6:

3

Un mol de gas diatómico se troba a 300 K i ocupa un volum de 3 litres. S'expandeix a temperatura constant fins a doblar el seu volum, es refreda a pressió constant fins un cert estat a partir del qual segueix un procés adiabàtic que el torna a la posició inicial. Calcular

- El valor de P , V i T en els estats 2 i 3.
- L'intercanvi de Q i W en cada procés
- El rendiment del cicle
- La variació d'energia interna en recórrer el cicle

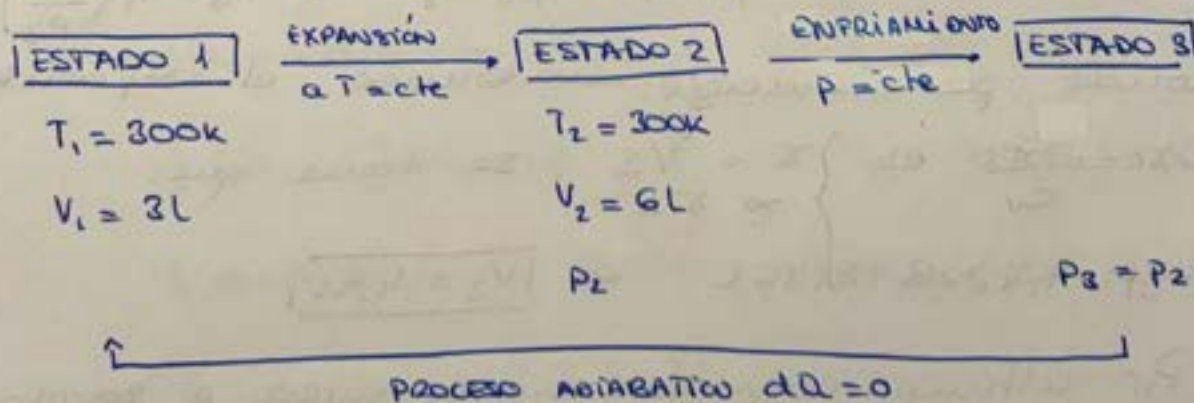
CAT/46

Un mol de gas diatómico se encuentra a 300K y ocupa un volumen de 3 litros. Se expande a temperatura constante hasta doblar su volumen, se enfría a presión constante hasta un cierto estado a partir del cual sigue un proceso adiabático que lo lleva a la posición inicial. Calcular

- El valor de P , V y T en los estados 2 y 3.
- El intercambio de Q y W en cada proceso.
- El rendimiento de ciclo.
- La variación de energía interna al recorrer el ciclo.

$$n = 1 \text{ mol}$$

Gas diatómico



Suponemos gas ideal:

Aplicando ec. de los gases ideales ($pV = nRT$) es posible determinar la presión en el estado 2:

$$p \cdot V = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V} \Rightarrow p_2 = \frac{nRT_2}{V_2}$$

añí pues, sustituyendo los datos conocidos y considerando que la constante de los gases tiene un valor de $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L} / \text{K mol}$, se obtiene:

$$\underline{p_2 = 4,1 \text{ atm.}}$$

En un proceso a $T = \text{cte}$ se verifica la ley de Boyle

$$pV = \text{cte} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_1 = p_2 \frac{V_2}{V_1}$$

luego, sustituyendo datos

$$\underline{p_1 = 8,2 \text{ atm.}}$$

Por otra parte, como $p_3 = p_2$, entonces:

$$\underline{p_3 = 4,1 \text{ atm.}}$$

Además, considerando el proceso adiabático:

$$pV^\gamma = \text{cte} \Rightarrow p_1 \cdot V_1^\gamma = p_3 \cdot V_3^\gamma \Rightarrow V_3 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

donde, para un gas diatómico, el coeficiente adiabático es $\gamma = 7/5$, se tiene que:

$$V_3 = 4,922012136 \text{ L} \Rightarrow \underline{V_3 = 4,9 \text{ L}}$$

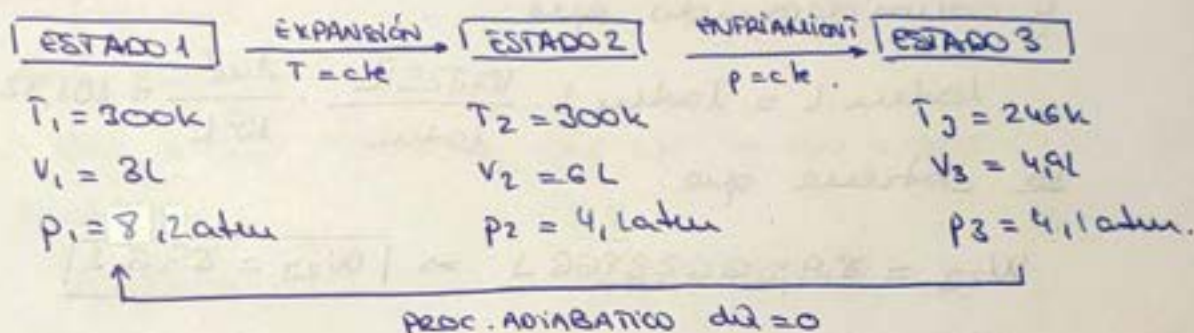
Por último, considerando de nuevo el proceso adiabático:

$$T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cte} \Rightarrow T_1 \cdot p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 \cdot p_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_3 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

luego:

$$T_3 = 246,1006068 \text{ K} \Rightarrow \boxed{T_3 = 246 \text{ K}}$$

Resumiendo:



b) Aplicaremos el primer principio de la termodinámica: $dU = dQ + dW$ donde dQ y dW son > si se absorbe o se realiza sobre el sistema (criterios IUPAC). Además emplearemos las definiciones:

$$dU = nC_V dT$$

$$dW = -p dV$$

Así pues:

• Expansión a $T = \text{cte}$ (proceso 1→2)

$$\text{Por } dT = 0 \Rightarrow dU = 0 \Rightarrow \Delta U_{12} = 0, \text{ luego}$$

$$dQ = -dW \Rightarrow dQ = -dW = p dV = nRT \frac{dV}{V} \Rightarrow$$

$$\int dQ = - \int dW = nRT \int \frac{dV}{V} \Rightarrow Q = -W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

y sustituyendo datos y considerando $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

$$Q_{12} = -W_{12} = n R \cdot T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 1728,847698 \text{ J} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_{12} = 1729 \text{ J}}$$

$$\boxed{W_{12} = -1729 \text{ J}}$$

• Enfriamiento a $p = \text{cte}$ (proceso 2 \rightarrow 3)

$$W_{23} = -p_2 \Delta V_{23} = -p_2 (V_3 - V_2) = p_2 (V_2 - V_3)$$

De modo que sustituyendo los datos conocidos y considerando que:

$$\text{laten.l} = \text{laten.l} \cdot \frac{101325 \text{ Pa}}{\text{laten}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 101,325 \text{ J}$$

se obtiene que:

$$W_{23} = 447,8311933 \text{ J} \Rightarrow \boxed{W_{23} = 448 \text{ J}}$$

Además:

$$\Delta U_{23} = n C_v \Delta T_{23}$$

donde como

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = \frac{C_p}{C_v} \\ C_p = C_v + R \end{array} \right\} \Rightarrow \gamma = \frac{C_v + R}{C_v} \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

de modo que si $R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, se tiene que para este gas definimos:

$$C_v = 20,785 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Por lo tanto: sustituyendo los correspondientes datos:

$$\Delta U_{23} = -1120,298888 \text{ J} \Rightarrow \boxed{\Delta U_{23} = -1120 \text{ J}}$$

y como:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W \Rightarrow Q_{23} = \Delta U_{23} - W_{23}$$

sustituyendo se tiene:

$$Q_{23} = -1568,130087 \text{ J} \Rightarrow \boxed{Q_{23} = -1568 \text{ J}}$$

• Proceso adiabático (proceso 3 → 1):

Por definición, un proceso adiabático es aquel que tiene lugar sin intercambio de calor, entonces:

$$\boxed{Q_{31} = 0}$$

Añí pues si

$$du = d\bar{u} + d\bar{w} \text{ y } d\bar{u} = 0 \Rightarrow du = d\bar{w}$$

luego:

$$\Delta U_{31} = W_{31}$$

Este valor se pueden determinar:

$$\Delta U_{31} = nC_v \Delta T_{31} = 1120,298888 \text{ J} \Rightarrow \boxed{\Delta U_{31} = 1120 \text{ J}}$$

$$W_{31} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_1 V_1 - P_3 V_3) = 1119,577983 \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{31} = 1120 \text{ J}}$$

$$W_{adent} = 10,325 \text{ J}$$

Resumiendo:

PROCESO 1 → 2

$$Q_{12} = 1729 \text{ J}$$

$$W_{12} = -1729 \text{ J}$$

$$\Delta U_{12} = 0$$

PROCESO 2 → 3

$$Q_{23} = -1568 \text{ J}$$

$$W_{23} = 448 \text{ J}$$

$$\Delta U_{23} = -1120 \text{ J}$$

PROCESO 3 → 1

$$Q_{31} = 0$$

$$W_{31} = 1120 \text{ J}$$

$$\Delta U_{31} = 1120 \text{ J}$$

En un ciclo se verifica:

$$(a) \quad Q_T + W_T = 0$$

$$Q_T = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = 160,717617 \text{ J}$$

$$W_T = W_{12} + W_{23} + W_{31} = -161,438521 \text{ J}$$

Se verifica.

(b) la variación de la energía interna en el es cero por ser una función de estado:

$$\Delta U_T = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} = 0$$

c) Por definición el rendimiento de un ciclo:

$$\eta = \frac{|W_T|}{Q_{suministrado}}$$

como

$$Q_{suministrado} = 1729.4$$

se tiene:

$$\eta = 0.0933 + 9.2617 \rightarrow \eta = 0.09 \text{ es decir } 9\%$$

d) Ya respondido en (b) : $\Delta U_T = 0$