PROBLEMA 2 ***(2,5 puntos)***

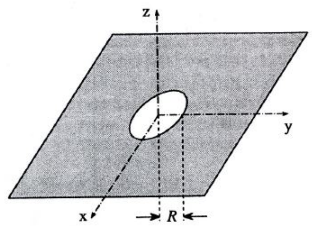
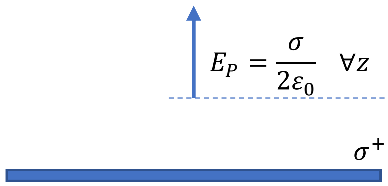


Ilustración 1: Plano infinito agujereado con carga +

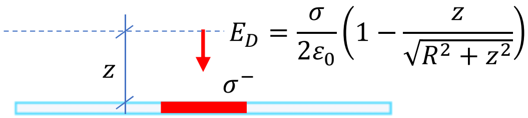
En un plano infinito, cargado con una densidad uniforme de carga $+\boldsymbol{\sigma}$, se ha perforado un círculo de radio $\boldsymbol{R}$, como indica la ilustración 1.

2.1) Determinar el campo eléctrico en el eje del agujero circular.

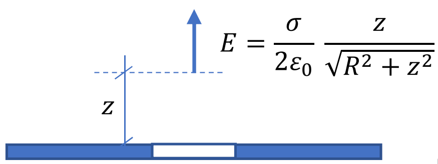
2.2) Si se abandona una partícula de masa $\boldsymbol{m}$ y carga $\boldsymbol{-q}$ en un punto del eje z, tal que $\boldsymbol{z} \ll \boldsymbol{R}$, demostrar que la carga $\boldsymbol{-q}$ describe un movimiento armónico simple. ¿Cuál es su período de oscilación?



Plano cargado con σ^+



Disco cargado con σ^-



Plano perforado por disco

La fuerza eléctrica es $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, como el vector $\vec{E}$ es hacia arriba y la carga es negativa, la fuerza eléctrica es hacia abajo.

Ahora, aplicando la segunda ley de Newton, se tiene:

$$-F = m\ddot{z} \rightarrow -qE = m\ddot{z}$$

$$\ddot{z} + \frac{q}{m}E = 0 \rightarrow \ddot{z} + \frac{q}{m} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} = 0$$

Considerando que $R \gg z$, entonces:

$$\ddot{z} + \frac{q}{m} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{z}{R} = 0 \rightarrow \ddot{z} + \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mR} z = 0$$

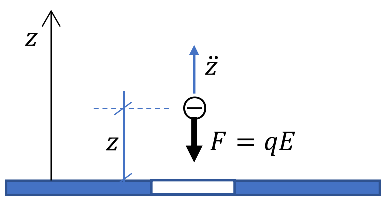
Esta ecuación se corresponde con un movimiento armónico simple pues es de la forma: $\ddot{z} + \omega^2 z = 0$

Identificando:

$$\omega^2 = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mR}$$

El periodo es igual a $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{2\varepsilon_0 mR}{q\sigma}} \quad [s]}$$



Plano perforado por disco