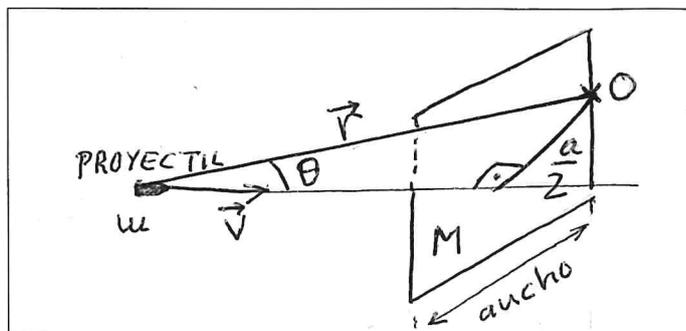


Problema 2. (Enunciado aproximado del primer apartado, desconozco si había alguno más en este mismo ejercicio– creo está con todos los datos necesarios)



Una puerta que está abierta y en reposo de masa $M = 9 \text{ Kg.}$ y de ancho $a = 1 \text{ m.}$ recibe el impacto de un proyectil de masa " m " = 1 Kg. que está moviéndose con una velocidad de $40(\text{m/s}).$

a) Hallar la velocidad angular del sistema puerta - proyectil después del impacto.

Solución.

Si despreciamos la influencia de la fuerza de la gravedad y el rozamiento con el aire, podemos suponer sin demasiado error que se trata de un sistema aislado (sin fuerzas externas). En consecuencia, se conserva el momentum angular total:

$$\overline{L}_{\text{sistema}} = \overline{L}_{\text{proyectil}} + \overline{L}_{\text{puerta}} \quad (1)$$

y

$$\sum_{\text{externas}} \vec{F}_i = 0 \quad (2)$$

en virtud de (2) el momento mecánico " \vec{M} " total del sistema también va a ser nulo:

$$\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = 0 \quad (3)$$

pero también el momento mecánico se relaciona con el angular mediante:

$$\vec{M} = \frac{d\overline{L}_{\text{sist.}}}{dt} \quad (4)$$

es decir, en ausencia de fuerzas externas el momento angular de todo sistema permanece constante:

$$\implies \frac{d\overline{L}_{\text{sist.}}}{dt} = 0 \implies \overline{L}_{\text{sist.}} = \text{const.} \quad (5)$$

Ahora aplicamos (5) a nuestro sistema:

Antes del impacto: De la figura vemos que inicialmente, supuesta la puerta en reposo el momento angular total del sistema es el del proyectil:

$$\overline{L}_{\text{sist.}} = \overline{L}_{\text{proy.}} = m \vec{r} \times \vec{v} \quad (6)$$

o en módulo:

$$L_{sist.} = m r v \sen\theta \quad (7)$$

de la figura vemos que puesto que el triángulo es rectángulo, tenemos por Trigonometría sencilla:

$$r = \frac{a/2}{\sen\theta} \quad (8)$$

por lo que :

$$L_{sist.} = m \frac{(a/2)}{\sen\theta} v \sen\theta = \frac{m a v}{2} \text{ (Kg. m. / s)} \quad (9)$$

En el instante del impacto:

$$L_{sist.} = (m+M) \frac{a}{2} v' \quad (10)$$

ya que ahora, ambas masas giran como una sola “masa puerta-proyectil”, con radio de giro desde “O” hasta el centro de masa de la puerta situado en el radio “a / 2” y el ángulo de giro es evidentemente $90^\circ \Rightarrow \sen(90^\circ) = 1$.

Igualamos ya pero como cualquier magnitud lineal (en este caso v ') es igual a la correspondiente angular por el radio de curvatura:

$$v' = \omega \left(\frac{a}{2} \right) \quad (11)$$

con lo que:

$$L_{sist.} = (m+M) \frac{a}{2} v' \quad (12)$$

...finalmente,

$$L_{sist.} = (m+M) \frac{a}{2} \omega \left(\frac{a}{2} \right) \quad (13)$$

$$L_{sist.} = (m+M) \left(\frac{a}{2} \right) \omega \left(\frac{a}{2} \right) = \frac{m a v}{2} \quad (14)$$

cancelando términos comunes y despejando la velocidad pedida:

$$\omega = \frac{2m}{m+M} \cdot \frac{v}{a} \text{ (rads / s.)} \quad (15)$$

Un consejo: en un problema con datos numéricos “NUNCA” abordéis la solución con los datos desde el principio. Dependiendo de lo largo que sea el problema, y por tanto de las operaciones numéricas que se vayan haciendo, la probabilidad de cometer un error de cálculo (incluso con calculadora) aumenta exponencialmente. Es fatal descubrir que sale un disparate al final del ejercicio, a causa de una suma o producto erróneo.

...así pues, yo por si acaso hago los cálculos ahora:

$$\omega = \frac{2 \times 1}{1+9} \cdot \frac{40}{1/2} = \underline{16 \text{ (rad./s.)}}$$