EJERCICIO DE A.C.

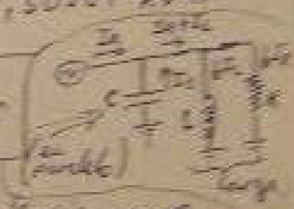
• Un motor consume 100 kW con un factor de potencia de 0,75. Calcule la potencia reactiva de la batería de condensadores para mejorar el factor de potencia a 0,98:

$$S = P + jQ \;;\; tg\varphi = \frac{Q}{P} = \frac{sen\varphi}{cos\varphi} = \frac{\sqrt{1-cos^2\varphi}}{cos\varphi} = \sqrt{\frac{1}{cos^2\varphi}-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} P = 100\ kW \\ cos\varphi = 0{,}75 \end{array}\right\} Q = P \cdot tg\varphi = 100\ kW \sqrt{\frac{1}{0{,}75^2}-1} = 88{,}19171\ kVAr$$

$$\left.\begin{array}{l} P = 100\ kW \\ cos\varphi' = 0{,}98 \end{array}\right\} Q' = P \cdot tg\varphi' = 100\ kW \sqrt{\frac{1}{0{,}98^2}-1} = 20{,}30587\ kVAr$$

$$Q_C = 88{,}19171 - 20{,}30587 = \boxed{Q_C = 68\ kVAr}$$



• Discutir la importancia del factor de potencia para dos receptores con la misma potencia, 1000 W, conectados a la misma tensión de 230 V pero con $cos\varphi_1 = 0{,}96$ y $cos\varphi_2 = 0{,}25$

$$\left.\begin{array}{l} I_L = \dfrac{P}{V_L\, cos\varphi_1} = \dfrac{1000\ W}{230\ V \cdot 0{,}96} = 4{,}53\ A \\ S_1 = V_L I_L = 230\ V \cdot 4{,}53\ A = 1042\ VA \end{array}\right\} \text{1er receptor}$$

$$\left.\begin{array}{l} I_{L2} = \dfrac{P}{V_L\, cos\varphi_2} = \dfrac{1000\ W}{230\ V \cdot 0{,}25} = 17{,}39\ A \\ S_2 = V_L I_{L2} = 230\ V \cdot 17{,}39\ A = 4000\ VA \end{array}\right\} \text{2º receptor}$$

Conclusiones:

* Al disminuir $cos\varphi \Rightarrow \uparrow I_L \Rightarrow$ mayor demanda de corriente $\Rightarrow$ se necesitan cables de mayor sección.
* Al disminuir $cos\varphi \Rightarrow \uparrow$ potencia aparente $S \Rightarrow$ mayor demanda de los generadores

$\rightarrow \uparrow$ coste de la instalación alimentadora $\Rightarrow$ las compañías penalizan $cos\varphi$ bajo

Supongamos una instalación de tipo inductivo cuyas potencias P, Q, S forman el triángulo 

Si se desea mejorar $\cos\varphi$ a otro mejor $\cos\varphi'$ sin variar la potencia activa P, se debe conectar un banco de condensadores en paralelo a la entrada de la instalación para generar una potencia reactiva Q_c de signo contrario al de Q para así obtener una potencia reactiva final Q_f: $Q_f = Q - Q_c$ ∴

$$\therefore \boxed{Q_c = Q - Q_f} \quad \text{donde} \left\{ \begin{array}{l} Q = P\,tg\varphi \\ Q_f = P\,tg\varphi' \end{array} \right\} \therefore$$

Por otro lado $Q_c = I_c^2 X_c = \left(\frac{V_c}{X_c}\right)^2 X_c = \frac{V_c^2}{X_c} = \omega C V_c^2$

$$\therefore \omega C V_c^2 = P(tg\varphi - tg\varphi') \therefore \boxed{C = \frac{P(tg\varphi - tg\varphi')}{\omega V_c^2}}$$

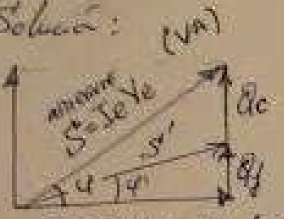
El factor de potencia medio de una instalación puede medirse con dos contadores a la entrada, uno de energía reactiva (kVArh) y otro de energía activa (kWh). Con la lectura de ambos obtenemos el factor de potencia medio de la instalación:

$$f.d.p = \cos\left(\text{arc tg}\,\frac{kVArh}{kWh}\right)$$

● Un motor de 500 kVA funciona a plena carga con un factor de potencia de 0,6. Añadiendo una batería de condensadores pasa a $\cos\varphi = 0,9$. Hallar la potencia reactiva de los condensadores necesarios así como su capacidad. Realizar la gráfica del triángulo de potencias con la corrección.

Frecuencia = 50 Hz y Tensión = 380 V

Solución:



$Q_i = I_e V_e \operatorname{sen}\varphi$ (VAR) reactiva

$P = I_e V_e \cos\varphi$ (W) activa

$I_e^2 X = I_e^2 (X_L - X_C) = I_e^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \frac{V_e^2}{X^2} X = \frac{V_e^2}{X}$

$I_e^2 R = \left(\frac{V_e}{R}\right)^2 R = \frac{V_e^2}{R}$ f.d.p.

$\underline{S = 500\, kVA}$; $\cos\varphi = 0{,}6 \rightarrow \cos\varphi' = 0{,}9$

$V_e = 380\, V$; $\omega = 50\, Hz$

$\cos\varphi = \frac{P}{S} \therefore P = S\cos\varphi = 500\, kVA \cdot 0{,}6$

$\underline{P = 300\, kW}$; $S^2 = P^2 + Q_i^2 \therefore$

$Q_i = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{500^2 - 300^2}$

$\underline{Q_i = 400\, kVAR}$

$P = S'\cos\varphi' \Rightarrow S' = \frac{P}{\cos\varphi'} = \frac{300\, kW}{0{,}9} \therefore \underline{S' = 333\, kVA}$

$Q_f = \sqrt{S'^2 - P^2} = \sqrt{333^2 - 300^2} \therefore \underline{Q_f = 145{,}3\, kVAR}$

kvear

$Q_c = Q_i - Q_f = 400\, kVAR - 145{,}3\, kVAR \therefore \boxed{Q_c = 254{,}7\, kVAR}$

$Q_c = I_e^2 X_c = \left(\frac{V_e}{X_c}\right)^2 X_c = \frac{V_e^2}{X_c} = \omega C V_e^2 = 2\pi\omega C V_e^2$

$C = \frac{Q_c}{2\pi\omega V_e^2} = \frac{254{,}7 \cdot 10^3\, VAR}{2\pi \cdot 50\, Hz \cdot 380^2\, V^2} = 5{,}6 \cdot 10^{-3}\, F \therefore \boxed{C = 5{,}6\, mF}$

milifaradios

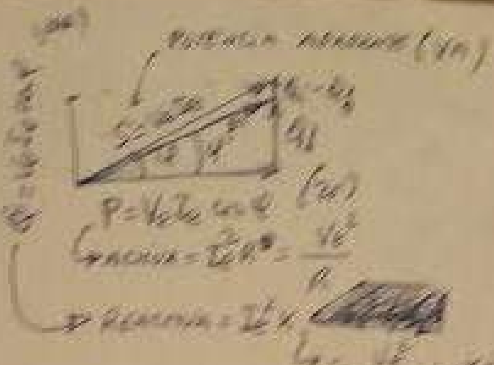
Un receptor de 20 kW de potencia conectado a una tensión de 120 V y 60 Hz funciona a plena carga con un factor de potencia de 0,75. Hallar la potencia reactiva y la capacidad de la batería de condensadores que se ha de conectar en paralelo a la entrada de la instalación para mejorar el factor de potencia en un 20%.

Solución 1:

$P = 20\,kW$

$\cos\varphi = 0,75$

$S^2 = P^2 + Q^2$



$$\cos\varphi = \frac{P}{S} \therefore S_i = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{20\,kW}{0,75} \Rightarrow \underline{S_i = 26,67\,kVA}$$

$$Q_i = \sqrt{S_i^2 - P^2} = \sqrt{26,67^2 - 20^2} \Rightarrow \underline{Q_i = 17,64\,kVAR}$$

Con $\cos\varphi = 0,75$ el motor debe producir 26,67 kVA para entregar 20 kW a la carga lo que supone una baja eficiencia.

$$\cos\varphi' = \frac{P}{S_f} \therefore S_f = \frac{P}{\cos\varphi'} = \frac{20\,kW}{0,9} = \underline{22,22\,kVA}$$

$$\cos\varphi' = \cos\varphi + \frac{20}{100}\cos\varphi = 1,20 \cdot \cos\varphi = 1,20 \cdot 0,75 = 0,9$$

20%

$$\underline{Q_f} = \sqrt{S_f^2 - P^2} = \sqrt{22,22^2 - 20^2} = \underline{9,69\,kVAR}$$

$$Q_c = Q_i - Q_f = 17,64\,kVAR - 9,69\,kVAR \Rightarrow \boxed{Q_c = 7,95\,kVAR}$$

$$Q_c = I_e^2 X_c = \frac{V_e^2}{X_c^2} X_c = \omega C V_e^2 = 2\pi \nu C V_e^2$$

$$C = \frac{Q_c}{2\pi\nu V_e^2} = \frac{7,95 \cdot 10^3\,V\frac{C}{s}}{2\pi \cdot 60\,s^{-1} \cdot 120^2\,V^2} = 1,46 \cdot 10^{-3}\,F \therefore \boxed{C = 1,46\,mF}$$

Una resistencia de 10 Ω está conectada en serie con una autoinducción de 0,5 henrios y un condensador de 20 µF a un alternador de fem máxima 120 V y frecuencia 50 ciclos/s.

Calcular:

a) La frecuencia angular.

b) La inductancia o resistencia inductiva.

c) La capacitancia o resistencia capacitiva.

d) La reactancia.

e) La impedancia.

f) La intensidad (valor máximo)

Solución:

a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = 2\pi \cdot \cancel{50}\, \frac{rad}{ciclo} \cdot 50\, ciclos/s \therefore \boxed{\omega = 100\pi \frac{rad}{s} = 314 \frac{rad}{s}}$

$\nu = \frac{1}{T}$

b) $X_L = \omega L = 100\pi \frac{rad}{s} \cdot 0,5\, H \Rightarrow \boxed{X_L = 50\pi\, \Omega = 157\, \Omega}$

$H \rightarrow \frac{V \cdot s}{A}$

c) $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \frac{rad}{s} \cdot 20 \cdot 10^{-6} F} \Rightarrow \boxed{X_C = 159,2\, \Omega}$

$F \rightarrow \frac{C}{V}$

d) $X = X_L - X_C = 157\, \Omega - 159,2\, \Omega \Rightarrow X \Rightarrow \boxed{X = -2,1\, \Omega}$

e) $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{10^2\, \Omega^2 + (-2,1)^2\, \Omega^2} \therefore \boxed{Z = 10,2\, \Omega}$

f) $I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{Z} = \frac{120\, V}{10,2\, \Omega} \therefore \boxed{I_0 = 11,75\, A}$

Calcular la autoinducción del circuito primario de un transformador si un generador de fem 120 V, 50 Hz suministra 0,1 A por la bobina. Suponer que la resistencia óhmica es despreciable.

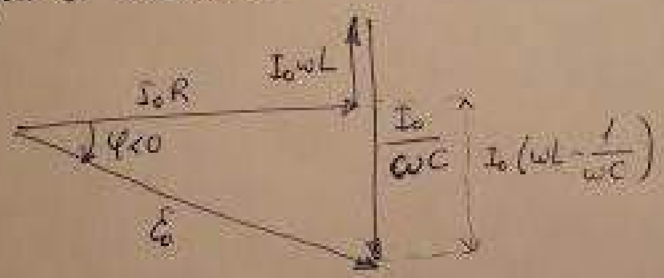
Solución: $\mathcal{E}_0 = I_0 Z = I_0 2\pi\nu L \therefore L = \dfrac{\mathcal{E}_0}{2\pi\nu I_0} = \dfrac{120\,V}{2\pi \cdot 50\,Hz \cdot 0{,}1\,A}$

$Z = \sqrt{\underset{0}{\cancel{R^2}} + X^2} = X = X_L - \underset{0}{\cancel{X_C}} = \omega L = 2\pi\nu L$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ $\qquad \boxed{L = 3{,}82\,H}$

$T = \dfrac{1}{\nu}$

Hacer la representación de Fresnel para un circuito de c.a. del tipo RLC, en el que la reactancia capacitiva es mayor que la inductiva.



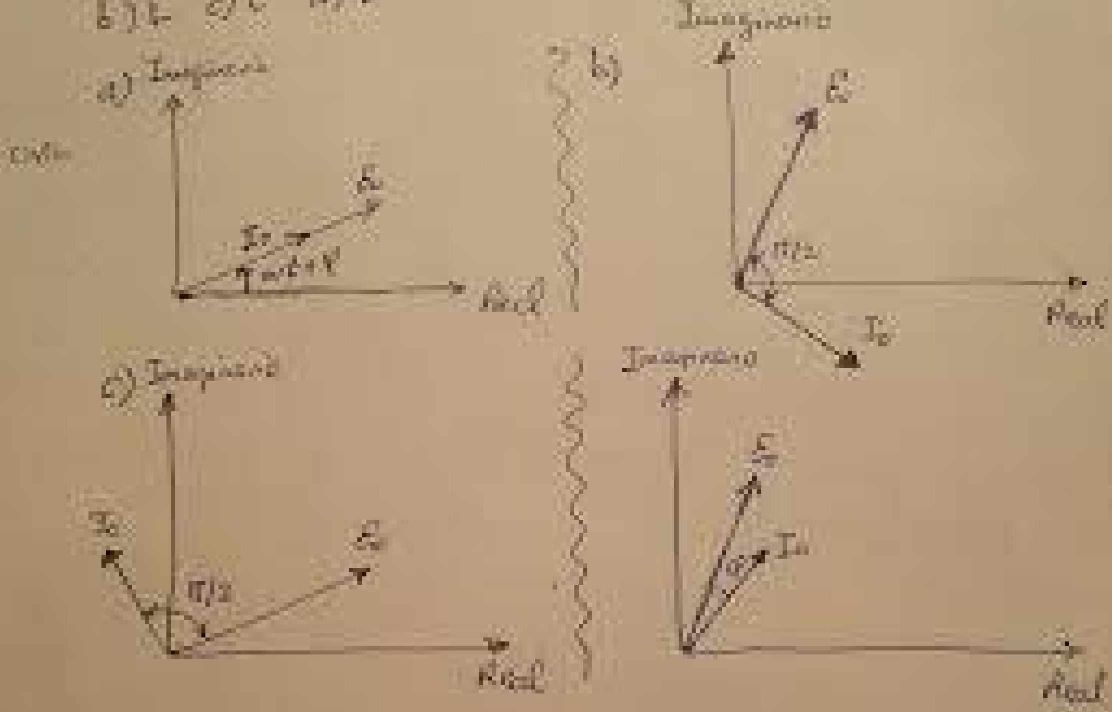
Se trata de un circuito capacitivo, φ es negativo $\Rightarrow$ la corriente está en [redacted] adelanto de fase respecto a la tensión

¿Por qué a la capacidad del circuito se le atribuye el valor $C=\infty$ cuando no hay en él condensador alguno?

Si cortocircuitamos las armaduras de un condensador, lo que equivale a suprimirlo, la ddp V entre sus extremos se chace cero, mientras que la carga Q sigue siendo finita $\Rightarrow C = \dfrac{Q}{V} = \infty$

Igualmente $C = \varepsilon \dfrac{S}{l}$ aumenta cuando l disminuye $\Rightarrow$ si $l \to 0 \Rightarrow C \to \infty$

Toda función sinusoidal del tipo $X = X_0 \cos \omega t$ coincide con la parte real de la expresión compleja $X e^{i\omega t}$ ya que $e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$. Igualmente $x = x_0 \cos(\omega t + \varphi)$ coincide con la parte real del complejo $e^{i(\omega t + \varphi)}$. Teniendo esto en cuenta representa en el plano complejo la fem $E = E_0 \cos \omega t$ y la intensidad $I = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$ de una corriente alterna en los siguientes circuitos: a) R b) L c) C d) LR



Un circuito RCL en serie tiene las siguientes características: $R = 100\,\Omega$, $L = 0{,}1\,H$, $\mathcal{E} = 4V$, $\nu = 1000\,Hz$. ¿Para qué valor de la capacidad del condensador hay resonancia? ¿Cuál será la intensidad en esas condiciones?

Resonancia $\Rightarrow Z_{min} = R \Rightarrow X_L = X_C \therefore \omega L = \frac{1}{\omega C} \therefore C = \frac{1}{L\omega^2} =$

$$= \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 1000^2 \cdot 0{,}1} = 2{,}53 \cdot 10^{-7} F \;;\; \boxed{L = 0{,}253\,\mu F}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{4V}{100\,\Omega} \Rightarrow I = 0{,}04\,A \;\therefore\; \boxed{I = 40\,mA}$$

Una lámpara de neón, conectada a un circuito de corriente continua, se enciende cuando la tensión alcanza 155V. Calcular la tensión alterna necesaria para encender la lámpara.

Solución: el encendido se producirá cuando el pico de tensión alterna alcance $\mathcal{E}_0 = 155V$. El valor eficaz necesario será, pues: $\mathcal{E}_e = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}} = \frac{155V}{\sqrt{2}} = \underline{110V}$

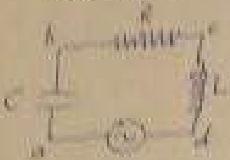
Un condensador se conecta a los bornes de un enchufe de 220V, 50 Hz. Una armadura del condensador se conecta a tierra (potencial cero). ¿Entre qué límites se modificará el potencial de la armadura no conectada a tierra?

$V_{máx} = V_0$ luego variará entre $-V_0$ y $+V_0$:

$$V_e = 220V = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \therefore V_0 = V_e\sqrt{2} = 220\sqrt{2}$$

$V_0 = 311V$ Variará entre $+311V$ y $-311V$ (50 veces cada segundo), $\frac{50\,ciclos}{s}$

Consideremos que el alternador del circuito de la figura tiene un valor de 220V; la resistencia óhmica 12 Ω, la reactancia capacitiva 5 Ω y la inductiva 20 Ω. Calcular la intensidad eficaz en el circuito y la indicación de un voltímetro colocado entre los distintos puntos del circuito.



Solución

$V_e = 220\,V$
$R = 12\,\Omega$
$X_C = 5\,\Omega$
$X_L = 20\,\Omega$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{V_e}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{220\,V}{\sqrt{12^2 + (20-5)^2}}$$

$$\boxed{I_e = 11{,}45\,A}$$

$$V_{ab} = I_e X_C = 11{,}45\,A \cdot 5\,\Omega \Rightarrow \boxed{V_{ab} = 57{,}3\,V}$$

$$V_{bc} = I_e R = 11{,}45\,A \cdot 12\,\Omega \Rightarrow \boxed{V_{bc} = 137{,}4\,V}$$

$$V_{cd} = I_e X_L = 11{,}45\,A \cdot 20\,\Omega \Rightarrow \boxed{V_{cd} = 229{,}1\,V}$$

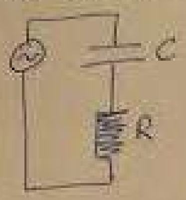
$$V_{ac} = I_e Z_{ac} = I_e \sqrt{R^2 + X_C^2} = 11{,}45\,A \sqrt{12^2 + 5^2}\,\Omega \Rightarrow \boxed{V_{ac} = 148{,}9\,V}$$

$$V_{bd} = I_e Z_{bd} = I_e \sqrt{R^2 + X_L^2} = 11{,}45\,A \sqrt{12^2 + 20^2}\,\Omega \Rightarrow \boxed{V_{bd} = 267{,}1\,V}$$

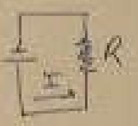
$$V_{ad} = I_e Z_{ad} = I_e \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 11{,}45\,A \sqrt{12^2 + (20-5)^2}\,\Omega \Rightarrow \boxed{V_{ad} = 220\,V}$$

(lógico!)

Un receptor óhmico que tiene una potencia de 133 W está construido para operar a 110 V. ¿Qué capacidad hay que conectar en serie para poder alimentar este receptor con una tensión de 220 V, 50 Hz?



Con DC:



$$P = VI = \frac{V^2}{R}$$

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{110^2\,V^2}{133\,W} \; ; \; \underline{\underline{R = 91\,\Omega}}$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{110\,V}{91\,\Omega} = \underline{\underline{1{,}21\,A}}$$

Con A.C ⇒ $Z = \frac{\mathcal{E}_e}{I_e} = \frac{220\,V}{1{,}21\,A} = 182\,\Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \; ; \; X_C = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{182^2 - 91^2} = 158\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \; ; \; C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi\nu X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 158} = 2{,}02 \cdot 10^{-5}\,F$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

$$\boxed{C = 20{,}2\,\mu F}$$

Halla el valor medio de la potencia de una corriente alterna de intensidad $I = I_0 \operatorname{sen} \omega t$ que circula por una resistencia pura de valor R a partir de la fórmula matemática del valor medio: $\langle y \rangle = \bar{y} = \frac{1}{x_2 - x_1}\int_{x_1}^{x_2} y\,dx$ aplicada a un período.

$$\langle P \rangle = \bar{P} = \frac{1}{T}\int_0^T P\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T I\mathcal{E}\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T I^2 \underset{R}{\cancel{Z}}\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T I^2 R\,dt =$$

$$= \frac{R}{T}\int_0^T I_0^2 \operatorname{sen}^2 \omega t\,dt = \frac{R I_0^2}{T}\int_0^T \operatorname{sen}^2 \omega t\,dt = \frac{R I_0^2}{T}\int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}\,dt =$$

$$= \frac{R I_0^2}{2T}\left(T - \int_0^T \cos 2\omega t\,dt\right) = \frac{R I_0^2}{2T}\left(T - \frac{1}{2\omega}\int_0^{2\omega T = 4\pi} \cos u\,du\right) = \frac{R I_0^2}{2T}\left[T - \frac{1}{2\omega}(\dots)\right]$$

$$= R\,\frac{I_0}{\sqrt{2}}\,\frac{I_0}{\sqrt{2}} = \boxed{I_e^2 R = I_e V_e = \frac{V_e^2}{R}}$$

⑥ Un transformador monofásico, cuyo arrollamiento primario N_p tiene 1200 espiras, está alimentado por una tensión de 6 kV. La tensión secundaria en el vacío es de 230 V. Calcular el número de espiras N_s del arrollamiento secundario. ¿Qué ocurre cuando se aumenta o disminuye la cantidad de espiras primarias en un 5 por 100?

$N_p = 1200$
$V_p = 6\,kV = 6000\,V$
$V_s = 230\,V$

$$\left.\begin{array}{l} V_p = -N_p \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} \\ V_s = -N_s \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} \end{array}\right\} \text{d. m. a. m.} \quad \frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} \;\therefore$$

$$\therefore\; N_s = \frac{N_p V_s}{V_p} = \frac{1200 \cdot 230}{6000} \;\therefore\; \boxed{N_s = 46 \text{ espiras}}$$

* Aumento 5% $N_p = \cancel{\#}1200 + 0{,}05 \cdot 1200 = 1260$ espiras

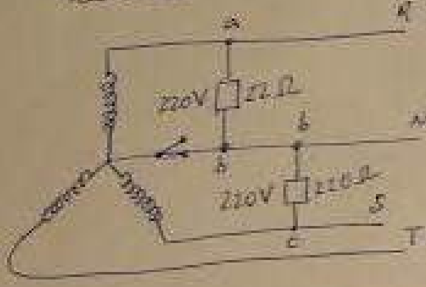
$$V_s = \frac{V_p N_s}{N_p} = \frac{6000 \cdot 46}{1260} \;\therefore\; \boxed{V_s = 219\,V} \quad \uparrow N_p \Rightarrow \downarrow V_s$$

Disminución 5% $N_p = 1200(1 - 0{,}05) = 1140$ espiras

$$\boxed{V_s} = \frac{V_p N_s}{N_p} = \frac{6000 \cdot 46}{1140} = \boxed{242\,V}$$

⑦ Supongamos una instalación trifásica estrella en donde cada fase tiene una tensión de 220 V. A una fase se conecta un radiador de 22 Ω, a otra fase un televisor de 220 Ω y la tercera está sin carga. ¿Qué ocurre si se corta el hilo neutro?

Solución:



Supongamos
radiador conectado a la fase R
televisor a la fase S

conductor

R → $I_R = \frac{220\,V}{22\,\Omega} = 10\,A$

S → $I_S = \frac{220\,V}{220\,\Omega} = 1\,A$

T → $I_T = 0\,A$

Cortamos el neutro: los dos receptores quedan en serie entre R y S

$I = \frac{380\,V \to 220\sqrt{3}}{(22+220)\,\Omega} = 1{,}57\,A$ ← intensidad receptores

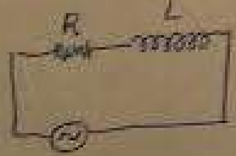
Tensión en bornes del radiador ⇒ $V_{ab} = I R_{radia} = 1{,}57\,A \cdot 22\,\Omega = 35\,V$

" " " del televisor ⇒ $V_{bc} = I R_{telev} = 1{,}57\,A \cdot 220\,\Omega = 345\,V$

- Con una intensidad de 1,57A en vez de 10A el radiador no calentará.
- Un aumento de tensión de 220V a 345V en el televisor le producirá graves daños

6 En un circuito serie RL, L = 20 mH y R = 10Ω, circula una corriente de intensidad I = 2 sen 500t A. Hallar la tensión total aplicada.

Solución:



$I = I_0 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$ $\qquad \vec{I} = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$

$I_0 = 2\,A \longrightarrow I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}\,A$

$\left.\begin{array}{l} \omega = 500\ \text{rad/s} \\ \varphi = 0 \end{array}\right\} \quad Z = \sqrt{R^2 + \omega L^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\,\Omega$

$X_L = \omega L = 500 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 10\,\Omega \quad \therefore \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \quad \therefore \quad \vec{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}} \angle \alpha$

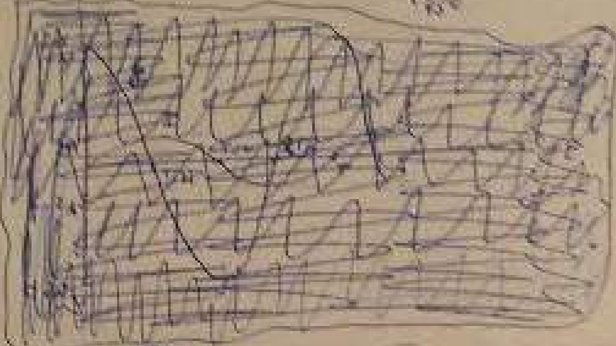
$Z = 10 + j10 \quad \therefore \quad \vec{Z} = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ$

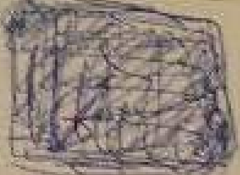
$\vec{\mathcal{E}} = \vec{I} \cdot \vec{Z} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ\right)\left(10\sqrt{2} \angle 45^\circ\right) = 20 \angle 45^\circ \quad \therefore \quad \mathcal{E}_e = 20 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}} \quad \therefore \quad \mathcal{E}_0 = 20\sqrt{2}$

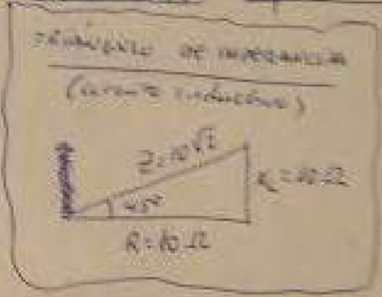
(Ohm)

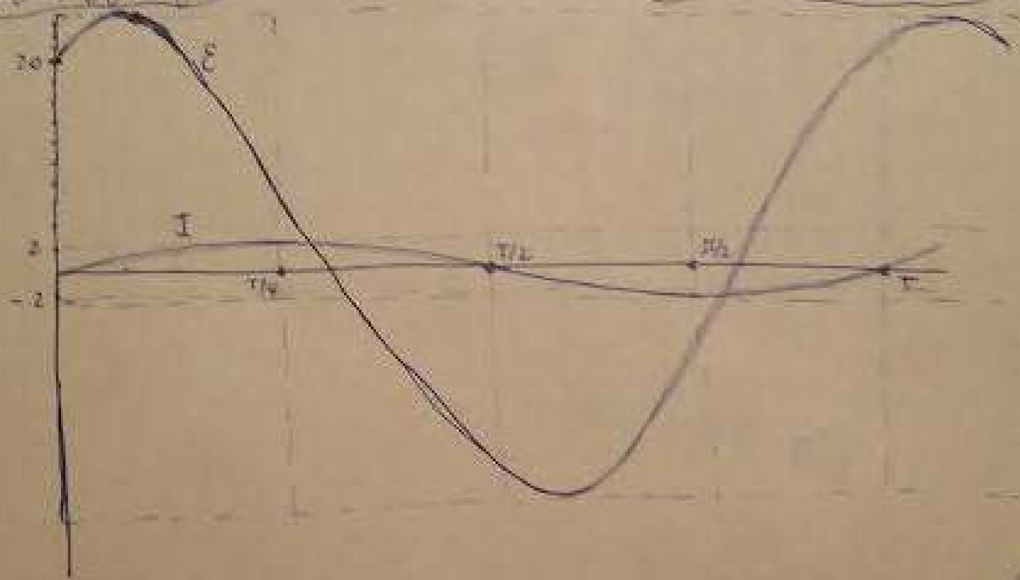
$$\boxed{E = 20\sqrt{2}\ \text{sen}\left(5000t + \frac{\pi}{4}\right)\ V}$$

45°

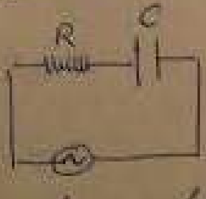








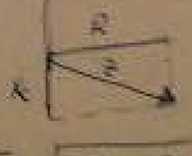
⑥ En un circuito RC serie, con $C = 20\,\mu F$ y $R = 5\,\Omega$, circula una corriente de intensidad $I = 2\ \text{sen}\ 5000t$ A. Hallar la tensión total aplicada.



$I = 2\ \text{sen}\ 5000t$

$I_0 = 2A \rightarrow I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$ A

$\omega = 5000\ \frac{rad}{s}$



$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{5000 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 10\,\Omega$

$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5}\,\Omega$

$Z = 5 - j10 \rightarrow \text{arctg}\ \frac{-10}{5} = -63{,}43°$

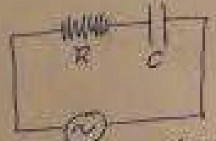
Ohm $\Rightarrow \vec{E} = \vec{I} \cdot \vec{Z} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \angle 0°\right)\left(5\sqrt{5} \angle -63{,}43°\right) = 15{,}81 \angle -63{,}43°$ V es decir, $\mathcal{E} = 15,81\sqrt{2}$ sen $(5000t - 63,43°)$ V

$63,43° \cdot \frac{2\pi}{360°} = -1,11$ rad

$$\boxed{\mathcal{E} = 22,36 \cdot \text{sen}\,(5000t - 1,107)\ \text{V}}$$

La tensión está en retraso respecto de la intensidad (circuito capacitivo)

A un circuito serie RC, con $R = 10\,\Omega$ y $C = 40\,\mu F$, se le aplica una tensión $V = 500 \cdot \text{sen}\,(2500t - 20°)$ V. Hallar la intensidad de la corriente que circula.



$\omega = 2500$ rad/s

$\varphi = -20° = -20° \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{360°} = -\frac{\cancel{10} \cdot \cancel{2}\pi}{\cancel{4} \cdot 9\cancel{0}} = -\frac{\pi}{9}$ rad

$\mathcal{E} = 500$ sen $(2500t - 20°)$

$\mathcal{E}_0 = 500$ V

$\mathcal{E}_e = \frac{500}{\sqrt{2}}$; $\vec{\mathcal{E}} = \frac{500}{\sqrt{2}}\ \lfloor -20°$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2500 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = 10\,\Omega$

$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\,\Omega$

$\vec{Z} = 10 + 10j = 10\sqrt{2}\ \lfloor -45°$

$\vec{I} = \frac{\vec{\mathcal{E}}}{\vec{Z}} = \frac{\frac{500}{\sqrt{2}}\ \lfloor -20°}{10\sqrt{2}\ \lfloor -45°} = 25\ \lfloor 25°$ $\quad I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 25$ A

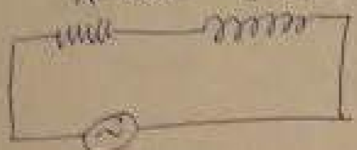
$I = 25\sqrt{2}$ sen $(2500t + 25°)$ ∴ $\boxed{I = 25\sqrt{2}\ \text{sen}\left(2500t + \frac{5\pi}{36}\right)}$

$25° \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{360°} = \frac{5 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{2}\pi}{\cancel{5} \cdot \cancel{2} \cdot 36} = \frac{5\pi}{36}$ rad

La intensidad está en adelanto (circuito capacitivo) respecto a la tensión.

Una corriente alterna de 50 Hz atraviesa un circuito donde hay una resistencia de 15 Ω y una autoinducción colocada en serie de 0,15 mH. ¿Cuál es la intensidad eficaz cuando se aplica al circuito una tensión eficaz de 200V?

$R = 15\,\Omega \quad L = 0{,}15\,mH = 0{,}15 \cdot 10^{-3}\,H$



$\mathcal{E}_e = 200\,V$
$\nu = 50\,Hz$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

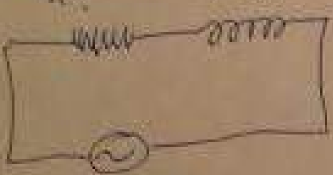
$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L = 2\pi 50 \cdot 0{,}15 \cdot 10^{-3} = 0{,}015\pi\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{15^2 + (0{,}015\pi)^2} = 15\,\Omega$$

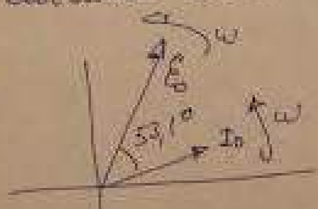
$$I_e = \frac{\mathcal{E}_e}{Z} = \frac{200\,V}{15\,\Omega} \quad \boxed{I_e = 13{,}33\,A}$$

En un circuito serie RL la autoinducción es $L = 21{,}1\,mH$. A la frecuencia de 60 Hz la corriente está retrasada 53,1° respecto a la tensión. Calcular el valor de R.

$R\,?\quad L = 21{,}1 \cdot 10^{-3}\,H$



$\nu = 60\,Hz$



$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L = 2\pi \cdot 60 \cdot 21{,}1 \cdot 10^{-3} = 2{,}532\pi\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow R = \sqrt{Z^2 - X_L^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{I} = I_e \angle \varphi \\ \vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_e \angle \alpha \end{array}\right\} \text{Ohm: } \frac{\vec{\mathcal{E}}}{\vec{I}} = \vec{Z} = Z \angle \beta$$

$$\vec{Z} = \frac{\mathcal{E}_e \angle \alpha}{I_e \angle \varphi} = \frac{\mathcal{E}_e}{I_e} \angle \alpha - \varphi \quad 53{,}1° = \beta$$

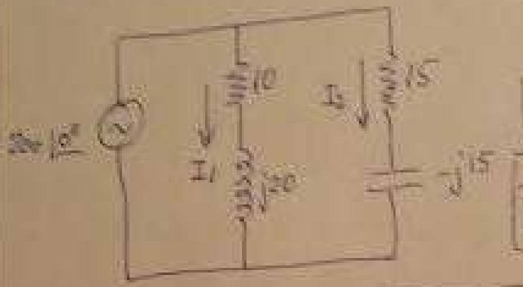
TRIÁNGULO DE IMPEDANCIAS

$$tg\,53{,}1^\circ = \frac{X_L}{R}$$

$$R = \frac{X_L}{tg\,53{,}1^\circ} = \frac{2{,}532\,\text{?}\,\Omega}{tg\,53{,}1^\circ}$$

$$\boxed{R = 6{,}0\,\Omega}$$

Hallar la impedancia equivalente y la intensidad de corriente que circula por cada rama del circuito de la figura



$$\vec{Z}_1 = 10 + j20 \begin{cases} Z_1 = \sqrt{10^2+20^2} = 10\sqrt{5}\,\Omega \\ \alpha = \text{arc tg}\,\frac{20}{10} = 63{,}43^\circ \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{Z}_1 = 10\sqrt{5}\,\underline{|63{,}43^\circ}\,\Omega}$$

$$\boxed{\vec{I}_1 = \frac{\vec{E}}{\vec{Z}_1} = \frac{200\,\underline{|0^\circ}}{10\sqrt{5}\,\underline{|63{,}43^\circ}} = \frac{20}{\sqrt{5}}\,\underline{|-63{,}43^\circ}\,A}$$

$$\vec{Z}_2 = 15 - j15 \begin{cases} Z_2 = \sqrt{15^2+15^2} = 15\sqrt{2}\,\Omega \\ \alpha = \text{arc tg}\,\frac{-15}{15} = -45^\circ \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{Z}_2 = 15\sqrt{2}\,\underline{|-45^\circ}\,\Omega} \; ; \; \boxed{\vec{I}_2 = \frac{\vec{E}}{\vec{Z}_2} = \frac{200\,\underline{|0^\circ}}{15\sqrt{2}\,\underline{|-45^\circ}} = \frac{40}{3\sqrt{2}}\,\underline{|45^\circ}\,A}$$

$$\frac{1}{\vec{Z}_e} = \frac{1}{\vec{Z}_1} + \frac{1}{\vec{Z}_2} \; ; \; \boxed{\vec{Z}_e = \frac{\vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_2}{\vec{Z}_1 + \vec{Z}_2}} = \frac{(10\sqrt{5}\,\underline{|63{,}43^\circ})(15\sqrt{2}\,\underline{|-45^\circ})}{(10+j20)+(15-j15)} =$$

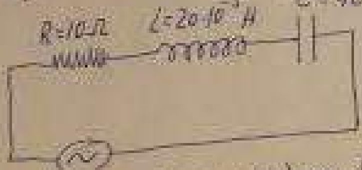
$$= \frac{150\sqrt{10}\,\underline{|18{,}43^\circ}}{25+j5} = \frac{150\sqrt{10}\,\underline{|18{,}43^\circ}}{5\sqrt{26}\,\underline{|11{,}31^\circ}} = \boxed{\frac{30\sqrt{10}}{\sqrt{26}}\,\underline{|7{,}12^\circ}\,\Omega}$$

$$\begin{cases} \sqrt{25^2+5^2} = 5\sqrt{26} \\ \text{arc tg}\,\frac{5}{25} = 11{,}31^\circ \end{cases}$$

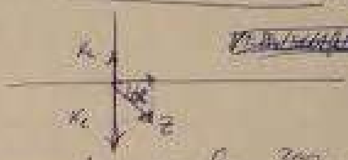
En un circuito RLC serie, $R = 10\,\Omega$; $L = 20\,mH$, $C = 40\,\mu F$, se aplica la tensión $V = 300 \cdot \text{sen}(500t - 10°)$ V

Hallar: a) Impedancia equivalente. b) Intensidad de la corriente que circula.

$R = 10\,\Omega$ $L = 20 \cdot 10^{-3}$ H $C = 40 \cdot 10^{-6}$ F



TRIÁNGULO DE IMPEDANCIAS



a) $E = 300 \cdot \text{sen}(500t - 10°) \Rightarrow E_0 = 300\,V$; $\omega = 500$ rad/s ; $E_e = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{300}{\sqrt{2}}$ V

$\vec{E} = \frac{300}{\sqrt{2}} \lfloor -10°$

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{10^2 + 40^2} = \sqrt{1700} = \underline{10\sqrt{17}\,\Omega}$

$X_L = \omega L = 500 \cdot 0{,}02 = 10\,\Omega$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \cdot 4 \cdot 10^{-5}} = 50\,\Omega$

$\left.\right\}$ $X = X_L - X_C = 10 - 50 = -40\,\Omega$

$\boxed{\vec{Z} = 10\sqrt{17} \lfloor -75{,}96°\,\Omega}$

$\alpha = \text{arc tg} \frac{X_L - X_C}{R} = \text{arc tg} \frac{-40\,\cancel{\Omega}}{10\,\cancel{\Omega}} = -75{,}96°$

b) $\vec{I} = \frac{\vec{E}}{\vec{Z}} = \frac{\frac{300}{\sqrt{2}} \lfloor -10°}{10\sqrt{17} \lfloor -75{,}96°} = \frac{30}{\sqrt{34}} \lfloor 65{,}96°$ A

$I_0 = \sqrt{2} \cdot I_e \rightarrow I_0 = \frac{30}{\sqrt{17}}$

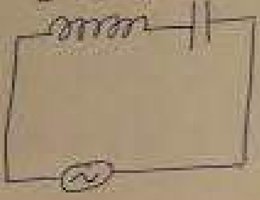
$65{,}96° \cdot \frac{2\pi\,\text{rad}}{360°}$

$$\boxed{I = \frac{30}{\sqrt{17}}\,\text{sen}(500t + 65{,}96°) = 7{,}276\,\text{sen}(500t + 1{,}1513)\ A}$$

rad

Calcular la frecuencia de resonancia de un circuito con una autoinducción de 2mH y una capacidad de 150pF.

$L = 2\cdot 10^{-3}\,H$ $\quad C = 150\cdot 10^{-12}\,F$



Resonancia $\Rightarrow Z_{MIN} = R \therefore X = 0 \therefore X = X_L - X_C$ (Imín)

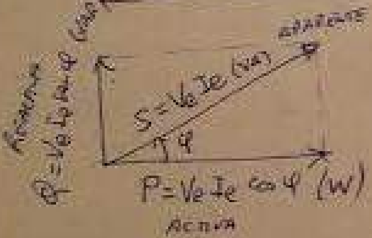
$\therefore X_L = X_C \therefore \omega L = \dfrac{1}{\omega C}$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \therefore 4\pi^2 \nu_0^2 = \frac{1}{LC} \therefore$$

$$\therefore \nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\cdot 10^{-3}\cdot 150\cdot 10^{-12}}} \therefore \boxed{\begin{array}{l}\nu_0 = 290{,}6\ Hz\\ \omega_0 = 1{,}826\cdot 10^{6}\ rad/s\end{array}}$$

Halla la impedancia de un circuito que consume 5040VA con un factor de potencia 0,894 en adelanto respecto de una tensión $V = 150 \underline{|45^\circ}$ V.

TRIÁNGULO DE POTENCIAS



I en adelanto $\Rightarrow$ circuito capacitivo (ovni)

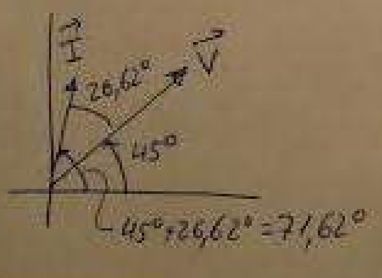
$S = 5040\ VA$

$\cos\varphi = 0{,}894 = \dfrac{P}{S}$

$P = 0{,}894\cdot 5040 = 4505{,}76\ W$

$$I_e = \frac{P}{V_e \cos\varphi} = \frac{4505{,}76\ W}{150\cdot 0{,}894\ V} = 33{,}6\ A$$

$\varphi = \arccos 0{,}894 = 26{,}62^\circ$



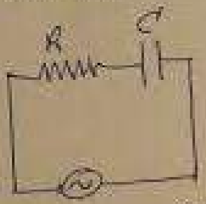
$\vec{I} = 33{,}6 \underline{|71{,}62^\circ}$ A

$$\boxed{\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \frac{150 \underline{|45^\circ}}{33{,}6 \underline{|71{,}62^\circ}} = 4{,}46 \underline{|-26{,}62^\circ}\ \Omega}$$

La potencia consumida por un circuito serie de dos elementos vale 940 W, siendo el factor de potencia de 0,707 en adelanto. Hallar las constantes del circuito sabiendo que la tensión aplicada a éste es de $V = 99 \cdot \text{sen}(600t + 30°)$ V

Solución:

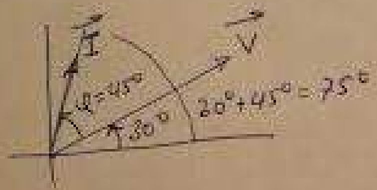
$\cos\varphi = 0,707$ en adelanto respecto de la tensión $\Rightarrow$ circuito capacitivo RC



$\boxed{P = 940\,W}$ ACTIVA $= V_e I_e \cos\varphi$

$V = 99\,\text{sen}(600t + 30°) \Rightarrow V_0 = 99\,V \Rightarrow V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{99}{\sqrt{2}}\,V$

$\vec{V} = \frac{99}{\sqrt{2}} \underline{|30°}$ $\qquad \varphi = \arccos 0,707 = 45°$



$I_e = \frac{P}{V_e \cos\varphi} = \frac{940\,W}{\frac{99}{\sqrt{2}} V \cdot 0,707} = 18,99\,A$

$I_0 = 18,99 \cdot \sqrt{2} = 26,86\,A$

$$\boxed{I = 26,86 \cdot \text{sen}(600t + 75°) = 26,86 \cdot \text{sen}\left(600t + \frac{5\pi}{12}\right) A}$$

$\hookrightarrow 75° \frac{2\pi\,rad}{360°} = \frac{10\pi}{24} = \frac{5\pi}{12}$

$$\boxed{\vec{I} = 18,99 \underline{|75°}\ A}$$

$S = V_e I_e = \frac{99}{\sqrt{2}} \cdot 18,99 = \boxed{S = 1330\,VA}$ APARENTE

APARENTE

TRIÁNGULO DE POTENCIAS

$S^2 = P^2 + Q^2$

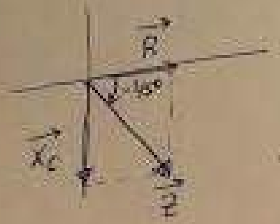
$Q = \sqrt{S^2 - P^2} =$

$= \sqrt{1330^2 - 940^2}$

$\boxed{Q = 940,3\,VAR}$ REACTIVA

Ohm $\Rightarrow \vec{Z} = \dfrac{\vec{V}}{\vec{I}} = \dfrac{\frac{99}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ}{18{,}99 \angle 75^\circ} = 3{,}686 \angle -45^\circ \ \Omega$

TRIÁNGULO DE IMPEDANCIAS



$Z^2 = R^2 + X_C^2$

ver figura

$\operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = \dfrac{-X_C}{R} \therefore X_C = R$

$Z^2 = R^2 + R^2 = 2R^2 \therefore R = \dfrac{Z}{\sqrt{2}} = \dfrac{3{,}686\ \Omega}{\sqrt{2}}$

$\boxed{R = 2{,}61\ \Omega}$

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

$\omega = 6000 \text{ rad/s}$

$\therefore C = \dfrac{1}{\omega X_C} = \dfrac{1}{\omega R} = \dfrac{1}{6000 \cdot 2{,}61} = 6{,}39 \cdot 10^{-5} F$

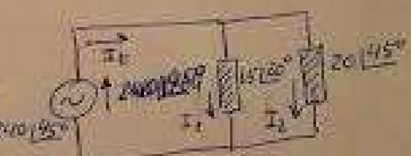
$\therefore \boxed{C = 63{,}9 \mu F}$

Dado el circuito de la figura determinar:

a) Impedancia equivalente

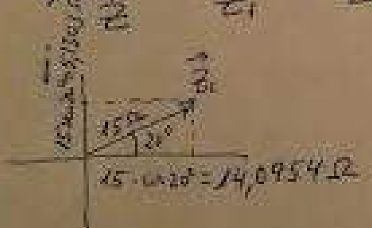
b) Intensidad de corriente en cada rama

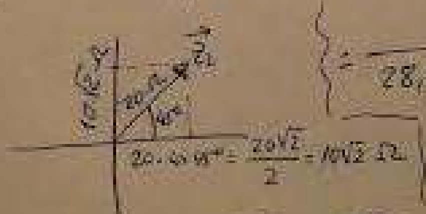
c) Potencia total consumida



a) $\dfrac{1}{\vec{Z}} = \dfrac{1}{\vec{Z_1}} + \dfrac{1}{\vec{Z_2}} \therefore \vec{Z} = \dfrac{\vec{Z_1} \cdot \vec{Z_2}}{\vec{Z_1} + \vec{Z_2}} = \dfrac{(15\angle 20^\circ)(20\angle 45^\circ)}{(14{,}0954 + 5{,}1303j) + (10\sqrt{2} + j10\sqrt{2})} =$

$= \dfrac{300 \angle 65^\circ}{28{,}2375 + j\,19{,}2724} = \dfrac{300\angle 65^\circ}{34{,}1875 \angle 34{,}3^\circ}$





$\boxed{\vec{Z} = 8{,}775 \angle 30{,}7^\circ}$

$\sqrt{28{,}2375^2 + 19{,}2724^2} = 34{,}1875\ \Omega$

$\alpha = \operatorname{arctg} \dfrac{19{,}2724}{28{,}2375} = 34{,}314^\circ$

b) $\vec{I}_t = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{240\angle 45°}{8{,}775\angle 30{,}7°} = 27{,}35\angle 14{,}3°$ A

$\vec{I}_1 = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}_1} = \frac{240\angle 45°}{15\angle 20°} \Rightarrow \boxed{\vec{I}_1 = 16\angle 25° \text{ A}}$

$\vec{I}_2 = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}_2} = \frac{240\angle 45°}{20\angle 45°} \Rightarrow \boxed{\vec{I}_2 = 12\angle 0° \text{ A}}$

c) $\vec{S} = \vec{V}\cdot\vec{I}_t^{\,*} = (240\angle 45°)\cdot(27{,}35\angle -14{,}3°) =$

$= 6564\angle 30{,}7°$ VA → el argumento es positivo luego I va por detrás de V.

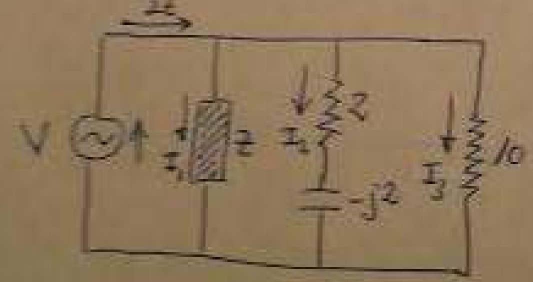
$\vec{S} = P + jQ \begin{cases} P = S\cos\varphi = 6564\cdot\cos 30{,}7° \\ Q = S\,\text{sen}\,\varphi = 6564\cdot\text{sen}\,30{,}7° \end{cases}$

$\boxed{S = 6564 \text{ VA}}$; $\boxed{P = 5644 \text{ W}}$; $\boxed{Q = 3351 \text{ VAR}}$

$\cos\varphi = \cos 30{,}7°$ ... $\boxed{\text{factor de potencia} = 0{,}86}$

$\boxed{\text{en retraso}}$

En el circuito de la figura $I_t = 50{,}2\angle 102{,}5°$ A y $V = 100\angle 90°$ A. Hallar el valor de la impedancia Z.



Calculamos I_2 e I_3; luego I_1:

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}}{\hat{Z}_2} = \frac{100\angle 90^\circ\ \cancel{V}}{(2-j2)\ \Omega} = \frac{100\angle 90^\circ\ \cancel{V}}{2\sqrt{2}\angle -45^\circ\ \Omega} = 25\sqrt{2}\angle 135^\circ\ A =$$

$$= 25\sqrt{2}\cos 135^\circ + j25\sqrt{2}\,\text{sen}\,135^\circ =$$

$$= -25\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} + j25\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= (-25 + j25)\ A$$

$$\sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\text{arctg}\,\frac{-2}{2} = -45^\circ$$

$$\hat{I}_3 = \frac{\hat{V}}{\hat{Z}_3} = \frac{100\angle 90^\circ\ V}{10\ \Omega} = 10\angle 90^\circ\ A = 10j\ A$$

$$\hat{I}_t = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_3 \quad \therefore \quad \hat{I}_1 = \hat{I}_t - \hat{I}_2 - \hat{I}_3$$

$$\hat{I}_t = 50{,}2\angle 102{,}5^\circ\ A = 50{,}2\cdot\cos 102{,}5^\circ + j50{,}2\ \text{sen}\ 102{,}5^\circ$$

$$\hat{I}_1 = 50{,}2\cdot\cos 102{,}5^\circ + j50{,}2\cdot\text{sen}\ 102{,}5^\circ + 25 - j25 - j10$$

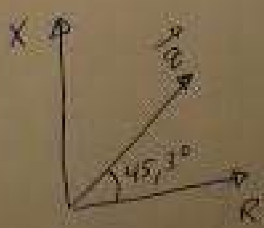
$$\hat{I}_1 = 14{,}1347 + j14{,}01 = 19{,}9016\angle 44{,}7462^\circ\ A$$

$$\sqrt{14{,}1347^2 + 14{,}01^2} = 19{,}9016$$

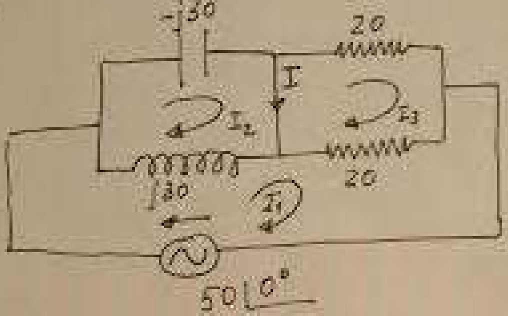
$$\text{arctg}\,\frac{14{,}01}{14{,}1347} = 44{,}7462^\circ$$

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{I}_1} = \frac{100\angle 90^\circ\ V}{19{,}9016\angle 44{,}7462^\circ\ A} = 5{,}0247\angle 45{,}2538^\circ\ \Omega$$

$$\boxed{\hat{Z} = 5{,}025\angle 45{,}3^\circ\ \Omega}$$



Calcular la intensidad I en el circuito de la figura:



Solución:

Aplicamos el método de las mallas:

Malla 1: $-50 + j30(I_1 - I_2) + 20(I_1 - I_3) = 0$ ∴

∴ $\boxed{(20+j30)I_1 - j30 I_2 - 20 I_3 = 50}$

Malla 2: $j30(I_2 - I_1) - j30 I_2 = 0$ ∴

∴ $\boxed{-j30 I_1 = 0}$ ∴ $\boxed{I_1 = 0\ A}$

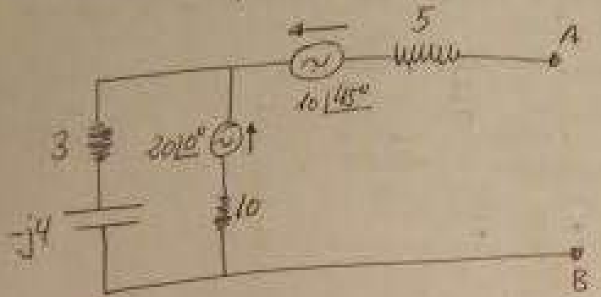
Malla 3: $20(I_3 - I_1) + 20 I_3 = 0$

$\boxed{-20 I_1 + 40 I_3 = 0}$ $\boxed{I_3 = 0\ A}$

$I_2 = -\frac{50}{j30} = j\frac{5}{3}\ A$

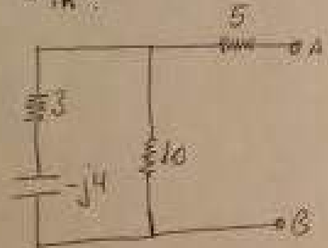
$\boxed{I = I_2 - I_3 = j\frac{5}{3}\ A - 0 = j\frac{5}{3}\ A}$ $\boxed{\vec{I} = \frac{5}{3}\angle 90°\ , A}$

⑥ Hallar la fuente equivalente de la red de la figura.



Solución:

Z_{Th}?

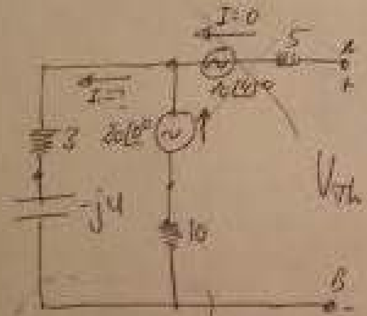


$$\boxed{Z_{Th}} = 5 + \{[3+(-j4)] \| 10\} =$$

$$= 5 + \frac{10\,(3-j4)}{10+3-j4} = 5 + \frac{(30-j40)(13+j4)}{(13-j4)(13+j4)} =$$

$$= 5 + \frac{(390+160)-j400}{169+16} = \frac{925+550-j400}{185} =$$

$$= \frac{1475-j400}{185}\ \Omega = \boxed{\frac{295-80j}{37}\ \Omega}$$



$$\Rightarrow Z = 10+3-j4 = 13-j4\ \Omega$$

$$\vec{Z} = \sqrt{13^2+4^2}\ \angle \arctan\left(\frac{-4}{13}\right)$$

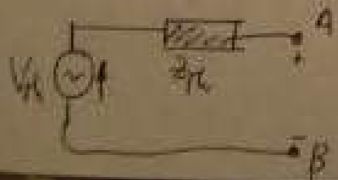
$$\vec{Z} = \sqrt{185}\ \angle -17{,}102729°$$

$$V_s = 20\angle 0° = 20\ \text{V}$$

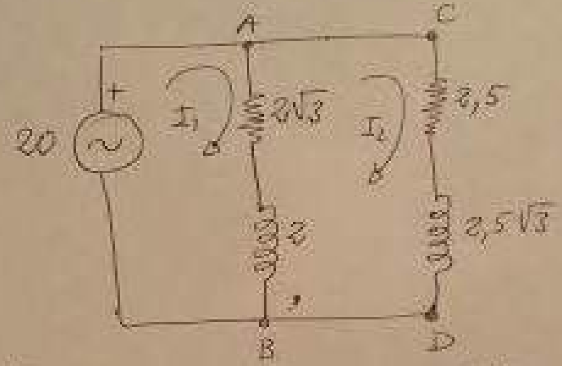
$$\text{KVL} \Rightarrow -20 + 3I - j4I + 10I = 0 \ ;\ I = \frac{20}{13-j4}$$

$$V_{Th} = I\,10 + 20 = \frac{200}{13-j4} + 20 = \frac{2600+800j}{13^2+4^2} + 20 =$$

$$= \frac{2600+800j}{185} + 20 = \frac{6300+800j}{185} \qquad \boxed{V_{Th} = \frac{1260+160j}{37}\ \text{V}}$$



Hallar las potencias activa, reactiva y aparente para cada una de las ramas del circuito y comprobar la relación que existe entre ellas. Determinar la potencia consumida por el circuito.



Solución: AB y CD en paralelo por lo tanto:

$V_{AB} = V_{CD} = V_S = 20\angle 0^\circ$

• Rama AB:

$Z_1 = 2\sqrt{3} + j2 \Rightarrow I_1 = \frac{V_S}{Z_1} = \frac{20\angle 0^\circ}{4\angle 30^\circ} = 5\angle -30^\circ$ A

$= 4\angle 30^\circ$

$\left(|Z_1| = \sqrt{12+4} = \sqrt{16} = 4\,\Omega \quad \theta = \operatorname{arctg}\frac{2}{2\sqrt{3}} = 30^\circ \right)$

$S_1 = V I^* = \left(\frac{20}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ\right)\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\angle 30^\circ\right) = 50\angle 30^\circ$ VA

$P_1 = 50 \cos 30^\circ = 50 \frac{\sqrt{3}}{2}$ W $= 25\sqrt{3}$ W

$Q_1 = 50 \operatorname{sen} 30^\circ = 100 \frac{1}{4} = 25$ VAR

$$\boxed{S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2 \qquad 50^2 = 25^2 \cdot 3 + 25^2}$$

$$\boxed{S_1 = 50 \text{ VA} ;\ P_1 = 25\sqrt{3}\text{ W} = 43{,}3\text{ W} ;\ Q_1 = 25 \text{ VAR}}$$

Rama CD: $Z_2 = 2,5 + j2,5\sqrt{3}$ $\therefore$ $I_2 = \frac{V_5}{Z_2} = \frac{20\lfloor 0°}{5\lfloor 60°} = 4\lfloor -60°$, A

$|Z_2| = \sqrt{2,5^2 + 2,5^2 \cdot 3} = 5\,\Omega$

$\theta = \operatorname{arctg} \frac{2,5\sqrt{3}}{2,5} = 60°$

$S_2 = V_1 \cdot I_{2ef}^* = \frac{20\lfloor 0°}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4\lfloor 60°}{\sqrt{2}} =$

$= 40\lfloor 60°$, VA

$P_2 = S_2 \cos\varphi = 40 \underbrace{\cos 60°}_{1/2} = 20$ W

$Q_2 = S_2 \operatorname{sen}\varphi = 40 \cdot \underbrace{\operatorname{sen} 60°}_{\sqrt{3}/2} = 20\sqrt{3}$ VAR $=$

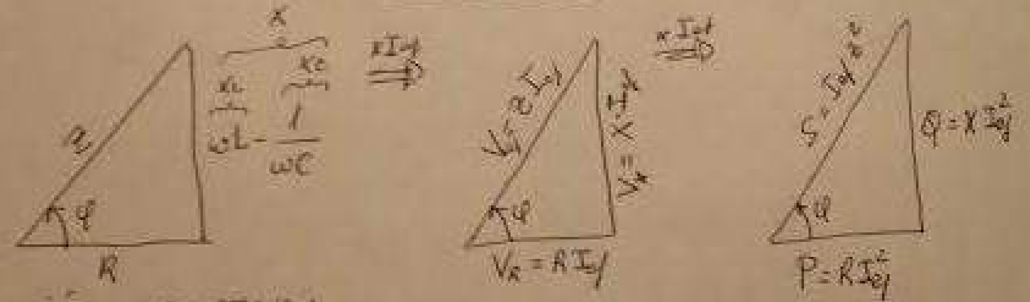
$= 34,64$ VAR

$$\boxed{\begin{aligned} S_2 &= 40 \text{ VA} \\ P_2 &= 20 \text{ W} \\ Q_2 &= 34,64 \text{ VAR} \end{aligned}}$$

$$\boxed{S_2^2 = P_2^2 + Q_2^2 \Rightarrow 40^2 = 20^2 + 20^2 \cdot 3}$$

$P_1 + P_2 = 43,3 + 20 = 63,3$ W

LOS TRES TRIÁNGULOS



TRIÁNGULO DE IMPEDANCIA

(en un ejemplo de circuito inductivo V adelanta a I en φ)